平成２８年度　　学位論文

数学的コミュニケーションを実現させるための授業づくりに関する研究
—グループによる話し合い活動に注目して—

兵庫教育大学大学院　　　　　学校教育研究科
教育内容・方法専攻　　　　　認識形成系教育コース
Ｍ１５１４９Ｄ　　　　　金澤　文彦

目次

第１章
本研究の目的と方法

本章では本研究の目的と方法，ならびに本論文の構成を示す。

第１節　本研究の目的と方法

１－１．本研究の目的

１－２．本研究の方法

第２節　本論文の構成

第１節　本研究の目的と方法

１－１．本研究の目的

筆者はストレートの院生であるが，現在，公立中学校で非常勤講師として第１学年の数学科を担当している。その授業では，学習の手立ての１つとして，グループによる話し合い活動を取り入れている。数学学習においては，生徒個人で考えることも重要だが，周りの友達と意見交流をしながら考える，いわゆるコミュニケーション活動が特に重要となってくる。なぜならば，コミュニケーション活動を通して，生徒が多面的な見方や学習内容の本質を追求していく方法を学ぶことができるからである。また，コミュニケーション活動は論理的思考力を身につけるためのきっかけにもなる。このことは，他者に自分の意見を伝えるとき，筋道を立てて，分かりやすく伝えたいという動機が伴うことに起因する。このようなコミュニケーション活動は，生徒に自信をもたせ，数学を好きにさせる効果が見込まれる。

コミュニケーション活動の必要性については，社会的要請という側面をもつ。現行の学習指導要領総則編（平成２０年８月）では，「知識・技能の習得と思考力・判断力・表現力等の育成のバランスを重視すること」を基本的なねらいとして改訂が行われた。また，「言語活動の充実」が，目標及び指導内容に明示的に位置づけられている。さらに，OECD（経済協力開発機構）の PISA 調査などからは，我が国の児童・生徒については，表現することや，自信の欠如といった課題が見られる。そして，平成２６年４月４日，次期学習指導要領の策定に向けて，育成すべき資質・能力に関して論点整理される中で生徒間のコミュニケーションについて述べられている(教育新聞，平成 26 年 4 月 17 日付[3272]号　1 面掲載)。次期学習指導要領では内容ベースから資質・能力ベースへとカリキュラムの重点がシフトされる中で，生徒間のコミュニケーションが強調されることになろう。

以上のことから，本研究は，生徒間のコミュニケーションに注目する。また，生徒間のコミュニケーションは数学学習の様々な場面で見られるので，本研究ではグループによる話し合い活動の場合にしぼることとする。これらを踏まえ，本研究の目的は次の通りである。

・グループによる話し合い活動時における，
数学的コミュニケーションを実現させるための授業づくりの視点を得る

数学的コミュニケーションとは,「数理的な事象に関わるコミュニケーションであり,また,算数数学の表現を使用しているコミュニケーションのこと」(金本,2014,p.39)

本研究では,この金本氏の数学的コミュニケーションの定義に立つこととする。

ここで,算数数学の表現とは,「算数数学の授業の中で,数学的な意味があり,その意味が子どもたちの中に構成されている目的意識の中で使われているもの」とされる。そして,数学的な問題解決の過程の中で,子どもたちが作り出している表現は,全体で共有できるようなものでなくても,算数数学の表現の範囲に含めて捉えるものとしている。また,算数数学の表現は,はじめから厳密に数学的な意味に対応して使用されているのではなく,徐々に適切な使用に変わっていく。その使用は,既習の内容をもとに考え,それらを組み合わせる中で,より数学的な意味として適切なものに変わっていく。

筆者の経験になるが,算数数学の授業において,グループによる話し合い活動を取り入れたとき,その場が学力水準の高い児童・生徒の発言ばかりで終わってしまう傾向にあった。また,学習内容とは関係のない話をしてしまう児童・生徒がいて,指導に困ることがあった。筆者は,グループによる話し合い活動に数学的コミュニケーションを実現させることを目指しているが,その際グループのメンバー全員が参加している状況を想定している。

1-2. 本研究の方法

本研究では,数学的コミュニケーションが実現しているのかどうかを判断するために,コミュニケーション連鎖の枠組みを用いる。また,グループのメンバー全員の話し合い活動への参加状況を見るために,ポジショニング セオリーを用いる。なお,コミュニケーション連鎖とポジショニング セオリーに関しては第2章で詳しく述べている。これらの知見に基づき,既存の実践授業のデータ(学習指導案,ビデオ及び音声,指導者へのインタビュー)を分析し,数学的コミュニケーションを実現させるための授業づくりへ向けた基礎事項を抽出する。その基礎事項に基づいて理論的枠組みを示し,研究授業を実施し検証する。以上の方法による結果を踏まえて,本研究の目的に応じた授業づくりの視点をまとめる。

第２節　本論文の構成

本論文は，５つの章からなる。

第１章では，本研究の目的を述べ，その目的を達成するための方法を示す。グループによる話し合い活動時の数学的コミュニケーションを捉えるために，コミュニケーション連鎖とポジショニング セオリーの知見を用いることや，実践授業を分析するということについて述べる。それらの結果から，数学的コミュニケーションを実現させるための授業づくりの視点を得ようとする，本研究の全体像を示す。

第２章では，先行研究より，数学的コミュニケーションについて概観する。まず，金本（2014）の先行研究から，数学的コミュニケーションとは何か，話し合い活動における算数数学の表現はどのようなものがあるのかについて考える。次に，江森（2012）の先行研究から，コミュニケーション連鎖に着目して，子どもたちの中でどのようなやり取りがあれば，良い話し合い活動になるのかについて考える。ここでは，３つの区分規準と４つの類型（協応連鎖，共鳴連鎖，超越連鎖，創発連鎖）について整理する。さらに，Anna＆Gloriana（2015）の先行研究から，ポジショニング セオリーに着目して，話し合い活動時のグループ内での子どもたちのポジションがコミュニケーションにどのような影響をもたらすのかについて考える。ここでは，それぞれの会話を３つのポジション（エキスパート，ノービス，ファシリテーター）で捉え，ネゴシエーション ムーブのコードを用いることで，やりとりをさらに分析する。

第３章では，先行研究の知見に照らし合わせ，既存の実践授業のデータを考察し，次章で提案する理論的枠組みの基礎事項を整理する。

第４章では，数学的コミュニケーションを実現させるための授業づくりに向けた理論的枠組みを提案する。その枠組みをもって実践授業を行い，検証する。

第５章では，本研究のまとめと，今後の課題について述べる。

第２章
数学的コミュニケーションに関する先行研究

本章では，本論文における数学的コミュニケーションを明確にするために，金本(2014)の数学的コミュニケーションの定義，江森(2012)のコミュニケーション連鎖，Anna＆Gloriana(2015)のポジショニング セオリーを概観する。

第１節　金本氏による数学的コミュニケーション

１－１．数学的コミュニケーションの定義

１－２．算数数学の表現

１－３．算数数学の表現の使用の仕方

第２節　江森氏によるコミュニケーション

２－１．コミュニケーションの定義

２－２．コミュニケーション連鎖

第３節　ポジショニング セオリー

３－１．ポジショニング セオリー

３－２．ネゴシエーション ムーブ

第１節　金本氏による数学的コミュニケーション

本節では，金本（2014）の先行研究をもとに，数学的コミュニケーションをどのように捉えていくかを考察する。1-1 では，数学的コミュニケーションの定義を与えられている研究をもとに，数学的コミュニケーションとはどのようなものなのかを捉える。1-2 では，数学的コミュニケーションを定義するときに，検討しなければならない問題の１つである算数数学の表現について検討する。1-3 では，同じく数学的コミュニケーションを定義するときに，検討しなければならない問題の１つである算数数学の表現の使用の仕方について検討する。

１－１．数学的コミュニケーションの定義

金本（2014）は 数学的コミュニケーションを次のように定義している。

数学的コミュニケーションとは，数理的な事象に関わるコミュニケーションであり，また，算数数学の表現を使用しているコミュニケーションのことである。 （金本，2014，p.39）

ここで，「数理的な事象に関わる」とは数学的な意味での算数数学の授業を構成していく活動との関連ということで制限される。また，数学的コミュニケーションを定義する場合，検討しなければならない問題が２点生じると次のように述べている。

その第１の点は，「算数数学の表現を使用している」といったときの「算数数学の表現」とはどこまでを指すかという点である。また，第２の点は，「算数数学の表現を使用している」といったときの「使用の仕方」をどう捉えるかという点である。 （金本，2014，p.39）

よって，次項以降では，算数数学の表現と算数数学の表現の使用の仕方について検討する。

１－２．算数数学の表現

「算数数学の表現」とはどこまでを指すかという点について，次のように捉えている。

「算数数学の表現」とは，算数数学の授業の中で教師が数学的な意味を子どもたちの中に構成していくという目的意識でもって使っているものと考える。 （金本，2014，p.40）

さらに，金本（2014）は具体的にどのようなものが「算数数学の表現」に相当するのかについて，次の３つを挙げている。

（ⅰ）学習指導要領（算数数学関係のものとする）上に記載されているものはそれに相当する　（中略）　（ⅱ）学習指導要領上に記載されているものを発展あるいは拡張したものはそれに相当する　（中略）　（ⅲ）算数数学の学習指導上において教育的価値として教師に捉えられているものはそれに相当する　（金本，2014，p.40）

（ⅰ）と（ⅱ）については，算数数学の授業は学習指導要領によって規定され，成立しているため，学習指導要領に記載されている表現，あるいは学習指導要領を基にして使われている表現が「算数数学の表現」に相当する。また，（ⅲ）については，算数数学の授業を構成する上で必要であれば学習指導要領には記載されていないが，「算数数学の表現」に相当するものがあることを示している。例えば，「違う」「似ている」といったように，日常言語にも関連した内容であるものが挙げられる。ただし，（ⅲ）はどこまで認めるのかについての基準が「教育的価値」とあるように，教師の感覚，指導観に任されてしまうところがあると考えられる。

金本（2014）は「日常言語による数学的な意味の表現が存在することを認め，議論をすべき場面に応じて，どのようなコンテクストの上で使用されているかを同定することがよいと考える。」（p.41）と述べている。このことから，「違う」「似ている」など日常言語で数学的な意味の表現に関わるものは多様に存在しており，数学の授業以外の日常の会話でも，数学的な意味の表現が使われているはずである。つまり，その表現が数学的な意味として用いられているのかについての議論をするときには，その発言が出てきた，前後の文脈（コンテクスト）から判断することになる。これに加え，金本（2014）は，「算数数学の授業の中で問題解決に当たって子どもたち自身が作り出した表現について検討しておく必要がある。」（p.41）と述べている。このことより，日常言語だけでなく，算数数学の授業において，特に問題解決しているときの子どもたち自身で作り出した表現も含むことが考えられる。

以上のことより，「日常言語による数学的な意味の表現」とは何かについて，次の２点に整理することができる。

・算数数学の授業の中で，数学的な意味があり，その意味が子どもたちの中に構成されている目的意識の中で使われているものである。
・数学的な問題解決の過程の中で，子どもたちが作り出している表現は，全体で共有できるようなものでなくても，算数数学の表現の範囲に含めて捉えるものとする。

１－３．算数数学の表現の使用の仕方

「算数数学の表現の使用の仕方」とはどこまでを指すかという点について，次の２点に着目する必要があると述べている。

第１の点については次の通りである。

> 第１に，算数数学の表現であってもその使用ははじめから厳密なものとして行われているのではないということに着目をする必要がある。
>
> （中略）
>
> 「算数数学の表現を使用している」といったときの「使用の仕方」は「初期の使用」や「漠然とした意味のもとでの使用」を含んで捉えることが必要である。
>
> （金本，2014，pp.41-42）

金本（2014）は日野（2002）の先行研究を参照して，「初期の使用」とは，「教室で導入された数学的表記を使い始めるときにみられるものであり，自分なりの見方が投影された独特の使い方として現れる。ここでは，数学的表記は，思考の道具としてよりも，教師や友人の期待に沿うように自分の行為を表示する道具としての役割を持つ」（pp.41-42）と述べている。また，「漠然とした意味のもとでの使用」について，「すでに構成された意味と表現の援用として，その数学的意味が確定することなく，予期的に，いわば漠然とした意味の下で，表現の新たな使用あるいは新たな表現の使用がなされていること」(p.42)と述べている。

以上のことより，算数数学の表現の使用は，はじめから厳密なものとして行われているのではなく，数学的に適切な使用が徐々に行われるものであると解釈できる。

第２の点については次の通りである。

第２に，既習の表現が援用されるという点にも着目をする必要がある。 （中略） すでに構成された意味と表現の援用として，その数学的意味が確定することなく，予期的に，いわば漠然とした意味の下で，表現の新たな使用あるいは新たな表現の使用がなされていることを明らかにしている。（金本，2014，p.42）

このことは，算数数学の表現の使用は，その段階においてはじめから数学的な意味に対応しているものではなく，次々と変化していくものであると解釈できる。

以上のことより，「算数数学の表現の使用の仕方」については，次の２点に整理することができる。

・算数数学の表現は，はじめから厳密に数学的な意味に対応して使用されているのではなく，徐々に適切な使用に変わっていく。
・算数数学の表現の使用は，既習の内容をもとに考え，そのことを組み合わせる中で，より数学的な意味として適切な使用の仕方に変わっていく。

第２節　江森氏によるコミュニケーション

２－１．コミュニケーションの定義

江森（2012）は「コミュニケーション」を次のように定義している。

コミュニケーションとは，意思の伝達を目的に意図的に外化されたメッセージが存在する情報伝達過程であると定義する。（江森，2012，p.21）

江森（2012）はコミュニケーションを考える意義について２つの視点を挙げている。１つは，理解・認知の変容を動的なプロセスとして捉える研究モデルを提示することである。もう１つは，現行の学習指導要領でも明示された「思考力・判断力・表現力の育成」という算数科や数学科教育の目標を具現化する方法論を提供することである。また，「コミュニケーションは，単なる情報伝達ではなく，情報伝達に付随する認知過程を考慮することにより，個々の学習者の数学学習そのものに深く関わり合う」（江森，2006a，p.4）と述べ，このコミュニケーションの捉え方を数学学習に適用している。さらに，

このコミュニケーションは「問題解決，推論，情報伝達，ならびに，数学的知識を関連づけるという，数学学習の場で展開されている諸活動を統合する活動である」（江森，2012，p.46）と述べている。これより，江森氏のコミュニケーションの捉え方を，本論文における数学的コミュニケーションと捉えても差し支えないと判断する。

２－２．コミュニケーション連鎖

江森（2012）は，「数学学習におけるコミュニケーションを理解するためには，コミュニケーションを連鎖しているものとして捉える必要がある」（p.48）と述べている。また，そのコミュニケーションにおける連鎖を協応連鎖，共鳴連鎖，超越連鎖，創発連鎖の４類型に分類している。

江森（2012）は協応連鎖と共鳴連鎖の間を区分するためのものとして第１規準を設け，共鳴連鎖と超越連鎖の間を区分するためのものとして第２規準を設け，超越連鎖と創発連鎖の間を区分するためのものとして第３規準を設けた。

以下に，江森（2012）の示す４類型と３つの区分規準を**図１**で示す。

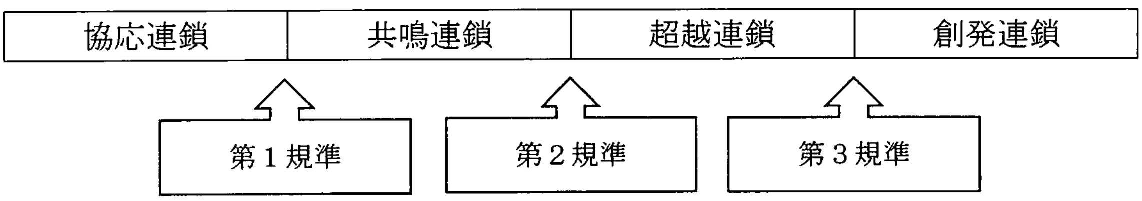


図１：コミュニケーション連鎖の４類型と区分規準

江森（2012）は，これらのコミュニケーション連鎖を分類する３つの区分規準について，次のように述べている。

第１規準　「メッセージの解釈方法」

第２発言者による第１メッセージの解釈が，コード解読によって行われる（コードモデル）or 推論による省略された情報の補完によって行われる（推論モデル）

第２規準　「メンタル・スペースの包含関係」

第２発言者のメンタル・スペースが第１発言者のメンタル・スペースを超越していない or 超越している

第３規準　「メンタル・スペースの構築方法」

第２発言者のメンタル・スペースの構築方法が第２発言者の既存の知識に依存している or 依存していない

（江森，2012，p.88）

このことに関して，筆者の考察を加える。

第１規準の「メッセージの解釈方法」とは，第１発言者のメッセージを第２発言者が解釈するときに，メッセージの言葉通りに解釈するというコード解読によるコードモデルなのか，あるいはメッセージの内容から第１発言者が何を伝えたいのかということを，第２発言者が推論して解釈している推論モデルなのかを問うものであると考えられる。つまり，第２発言者が，第１発言者のメッセージを言葉通りに解釈していれば，協応連鎖であり，第２発言者が第１発言者のメッセージの内容を解釈するために，第１発言者が何を伝えたいのかを推論することで理解していれば，共鳴，超越，創発のいずれかの連鎖になる。

第２規準の「メンタル・スペースの包含関係」とは，第１発言者のメンタル・スペースと第２発言者のメンタル・スペースの量的及び質的比較によるものである。

メンタル・スペースとは，「言語表現によって心の中に作り出されるもの」（Fauconnier，1994/1996）を指す。江森（2012）はこれを参照し，メンタル・スペースを「数学という複雑に構造化された知識体系と数学を使う人々が数学的概念を構成する能力や数学をすることによって共有しているシェマなど，私たちが数学について思考し，コミュニケーションする際に用いる認知的な空間」（p.87）とした。つまり，メンタル・スペースとは，メッセージの内容に関する知識や解決方法を含んだ認知空間である。そして，話し手と聞き手のどちらがより多くまたはより深くといった，そのメッセージの内容に関する知識や解決方法についての情報量や理解度によってメンタルスペースの包含関係を判断することになる。第１発言者のメンタルスペースが第２発言者のメンタルスペースを包含する場合は共鳴連鎖であり，第２発言者のメンタルスペースが第１発言者のメンタルスペースを包含する場合は超越連鎖あるいは創発連鎖となる。

第３規準の「メンタル・スペースの構築方法」とは，第２発言者のメンタル・スペースが，第１発言者からメッセージを受け取る以前から，存在していたのか，あるいは第１発言者のメッセージを受けて，新たに生み出されたのかを問うものであると考えられる。つまり，第１発言者からのメッセージを受け取る前から，第２発言者がそのメッセージに関する知識や解決方法を有していれば，超越連鎖となり，メッセージを受け取ったことで，新たな知識や解決方法が浮かんだのであれば創発連鎖となる。

これらの規準によって分類された，「協応連鎖」，「共鳴連鎖」，「超越連鎖」，「創発連鎖」という４つの類型について，以下に事例の概要を示す。

協応連鎖（江森，2012，pp.60-63）

ここでは，中学校２年の連立２元１次方程式の授業で行われた，「連立２元１次方程式　ｘ＋３ｙ＝－１…①，２ｘ＋ｙ＝－７…②　を解け。」という問題に対しての会話が取り上げられている。

はじめに，生徒Ａから次のような解法が示された。

≪生徒Ａの解法≫

$$\begin{array}{rrl} & x+3y=-1 & \cdots\text{①} \\ -) & 2x+y=-7 & \cdots\text{②} \\ \hline & -x+2y=6 & \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & -x+2y=6 \\ +) & x+3y=-1 \\ \hline & 5y=5 \end{array} \qquad \therefore y=1,\ x=-4$$

これに対して，複数の生徒たちから，「どちらの文字を消去するのか」，「解法の意図が明確ではない」という疑問の声が上がった。教師は生徒Ａの解法の意図を明確にしようと，「なんで，①から②を引こうと思ったの？」と生徒Ａに問いかけたが，生徒Ａは説明できなかった。そこで，教師は他の解法はないかと学級全体に尋ねると，生徒Ｂと生徒Ｃから次のような解法が示された。

≪生徒Ｂの解法… x の係数を揃えるやり方≫

$$\begin{array}{rrl} & 2x+6y=-2 & \cdots\text{①}\times 2 \\ -) & 2x+y=-7 & \cdots\text{②} \\ \hline & 5y=5 & \end{array} \qquad \begin{array}{l} y=1 \\ \text{①式から } x=-4 \end{array}$$

≪生徒Ｃの解法… y の係数を揃えるやり方≫

$$\begin{array}{rrl} & 6x+3y=-21 & \cdots\text{②}\times 3 \\ -) & x+3y=-1 & \cdots\text{①} \\ \hline & 5x\quad=-20 & \end{array} \qquad \begin{array}{l} x=-4 \\ \text{②式から } y=1 \end{array}$$

２つの解法が示された後，教師はさらに「２つの解法が出ましたが，同じような解き方，他にはないでしょうか」と学級全体に問いかけた。この教師の問いかけに対して，生徒Ｄから「－２を①の式にかけて②の式にたすと，$-5y=-5$ になるから」という発言が出た。

≪生徒Ｄの解法≫

$$\begin{array}{rrl} & -2x-6y=2 & \cdots\text{①}\times(-2) \\ +) & 2x+y=-7 & \cdots\text{②} \\ \hline & -5y=-5 & \end{array} \qquad \begin{array}{l} y=1 \\ \text{①式から } x=-4 \end{array}$$

生徒Ｄの解法が示された後，「もう１つくらいありそうですね」という教師の問いかけに対し，生徒Ｅから「②の式に－３をかければいいと思います」という発言が出た。

≪生徒Ｅの解法≫

$$\begin{array}{rrl} & x+3y=-1 & \cdots\text{①} \\ +) & -6x-3y=21 & \cdots\text{②}\times(-3) \\ \hline & -5x\quad=20 & \end{array} \qquad \begin{array}{l} x=-4 \\ \text{②式から } y=1 \end{array}$$

ここで，生徒Ｆが生徒Ｅの発言を聞いて，「やっぱり出た。これしかないや」とつぶやいた。このとき，生徒Ｅの解法しか残されていないことを，生徒Ｆが予期していたと考えられる。

この事例では，数式というコードの操作によってコミュニケーション連鎖が導き出されている。つまり，１つの式をａ倍（－ａ倍）して，もう一つの式を引く（足す）というコード操作を行っていると考えられる。江森(2012)は，このようにメッセージ送信（コード操作）が学習者（第１発言者と第２発言者）の予測可能性の範囲内で起こるコミュニケーション連鎖を「**協応連鎖**」と呼んでいる。

共鳴連鎖（江森，2012，pp.64-68）

ここでは，協応連鎖の事例に引き続く形で，次のような会話が取り上げられている。

教師　：さっき，みんなが出してくれたように，加減法のやり方には，文字ｘ，ｙのどちらかを消去するか，その消去を加法で行うか，減法で行うかの，全部で４通りあります。
教師　：それじゃ，さっきの，最初にＡ君がやってくれたのはどうかな。これは，特に係数を揃えていないね。①から②を引くと，－ｘ＋２ｙ＝６で，どちらの文字も消えていない。Ａ君の方法は，どういう方法なんでしょうか。誰か，どうですか。
生徒Ｇ：上のから下のを引いたのに，上のをたしたのは，あれと同じだと思います。
複数の生徒：えっ？（驚きの声があがる）
教師　：もう一度言って，わかるように。
生徒Ｇ：だから，①から②を引いて，①をたすと，…うっんん。わかんないかな。
教師　：ちょっと，ゆっくり考えてみよう。まず，これ，①から②を引いたもの，これ。じゃ，これを③としようか。それで。
生徒Ｇ：それに①をたしたら，同じになる。
教師　：うん，待って，待って。これに①をたしたら，…（間）。
教師　：Ｇ君の言っていることわかるかい？
他の生徒：(少し緊張した雰囲気になる)
教師　：(ここで教師が指名した２人とも「わからない」と答える)
教師　：Ｇ君。もう一度ゆっくり言ってみて。
生徒Ｇ：だから，上のから下のを引いて，上のをたすと…（沈黙）。
教師　：あっ，そうか。①－②＋①だから，これは２番目の解答，①×２－②と同じことをしているって言うんだね！
①－②＋①＝①×２－②　（２つの解法の同値性を示した板書）
生徒Ｇ：そう，それが言いたかったんだよ。
他の生徒：(笑い＝緊張感の解消)

教師　：そうか，そうすると，Ａ君の解答も，実は，加減法でやったＢさんの方法と同じことをしていたことになるんだね。　　　　（江森，2012，pp.66 - 67）

この事例では，教師の発言によって生徒 B，C，D，E の解法が加減法という１つの共通した解法であること，ｘとｙの２つの文字のいずれかを消去する方法は，２通り（ｘとｙの２つの文字）×２通り（加法または減法）の全４通りとなることが告げられた。このことから，生徒 A の解法が他の生徒の解法と異なっているという認識を学級全体で深めていく。ここで教師は，もう一度，生徒Ａの解法に注目させ，「それじゃ，さっきの，最初にＡ君がやってくれたのはどうかな。これは，特に係数を揃えていないね。①から②を引くと，－ｘ＋２ｙ＝６で，どちらの文字も消えていない。A 君の方法は，どういう方法なんでしょうか。誰か，どうですか。」と問いかける。この問いかけに対して，生徒Ｇが答えたが，この発言はすぐに理解されず，「えっ？」という生徒たちの驚きの声が上がる。教師も理解することができずに，「もう一度言って，わかるように」と指示している。生徒 G は再び説明を試みたが，うまくできずに「わかんないかな」とつぶやいている。

教師は，「①から②を引いたものを③としようか」と提案しているが，論理関係を整理しようと考えている教師と，「①－②＋①＝①×２－②」という内容を説明したい生徒Ｇとの間で，一瞬ではあるがギャップが生じている。つまり，生徒Ｇが「①－②＋①＝①×２－②」となることから，生徒Ａの解法は生徒 B の解法と同値であることを説明しようとしているにもかかわらず，教師が「①－②＋①＝③＋①」という考え方に固執してしまった瞬間があった。この後，教師は生徒Ｇの発言の意図が理解でき，「①－②＋①＝①×２－②」という式にたどり着いて，教師と生徒Ｇの間で，生徒Ａと生徒Ｂの解法の同値性が共有された。そして，「①－②＋①＝①×２－②」という式を板書したことで，生徒Ｇの意図が他の生徒に伝わった。

この事例では，当初生徒 G の発言は教師を含め，他の生徒に理解されなかった。しかし，教師は生徒 G の発言は重要な意味があるものだと感じ取った。通常，誰にも理解されない発言は，そのまま無視されてしまうことが多いが，教師はあきらめずに「ゆっくり考えてみよう」と言い，さらに生徒 G の発言を促している。このように生徒 G のメッセージ解釈には，コードの解釈だけではなく，関連する数学的知識を用いた数学的概念の再構成という認知活動が必要とされる。江森(2012)は，このように第２発言者（教師）が第１発言者（生徒 G）の意図を首尾よく解釈することにより成立するコミュニケーション連鎖を「**共鳴連鎖**」と呼んでいる。

$\boxed{\text{超越連鎖}}$（江森，2012，pp.75-79）

ここでは，教師Ａが教師Ｂと教師Ｃに対して，「$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca \geqq 0$　を証明せよという問題はどうですか。」と尋ねる場面から始める会話を取り上げる。この問

題は大学の新入生を対象にした学力調査問題であり，教師Aは教師Bと教師Cに対して，その問題が適切かどうかという判断を求めている。

教師A：$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca \geqq 0$　を証明せよという問題はどうですか。 教師B：これ，平方の和にすればいいんでしょ。 教師B：ちょっと簡単過ぎるから，実係数の3つの2次方程式 $ax^2+2bx+c=0$，$bx^2+2cx+a=0$，$cx^2+2ax+b=0$ のうち，少なくとも1つは実数解をもつことを証明せよという問題にしたら。 教師C：判別式の和に分解したんですね。 教師A：判別式の和？　（教師Aは3つの判別式を書き出している） 教師A：そうか，(b^2-ac) ＋ (c^2-ab) ＋ (a^2-bc) だから。少なくとも1つは実数解をもつなら，判別式の和は0以上になればいいんだ。これ，なかなか面白い問題ですね。　（江森，2012，p.76）

教師Aの発言に対して，教師Bは「平方の和」という用語から，この問題が $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=\frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\} \geqq 0$　として解けることを理解している。さらに，教師Bは，「ちょっと簡単過ぎるから」と言って，「実係数の3つの2次方程式 $ax^2+2bx+c=0$，$bx^2+2cx+a=0$，$cx^2+2ax+b=0$ のうち，少なくとも1つは実数解をもつことを証明せよという問題にしたら」と言い，別の問題を提案している。これに対して，教師Cは「判別式の和に分解したんですね」と言い，教師Aが示した不等式が，教師Bが示した3つの2次方程式の判別式の和であることに気付いている。つまり，2つの問題は同じ構造をもった問題であることを理解していると，教師Cが教師Bに伝える形になっている。しかし，教師Aは教師Bがなぜ2次方程式の問題を提案したのか，教師Cがなぜ「判別式の和」といったのかを理解できずに，「判別式の和？」と教師Cの言葉を繰り返し，3つの2次方程式の判別式を書き出す。この行為をもって，教師Aは教師Bと教師Cの発言を理解することができた。

この事例では，教師Bの前半の発言「これ，平方の和にすればいいんでしょ。」は，教師Aが想定していた平方の和への式変形という知識の範囲内で行われていたため，教師Aと教師Bの間には「共鳴連鎖」が見られた。しかし，教師Bの後半の発言「ちょっと簡単過ぎるから，実係数の3つの2次方程式 $ax^2+2bx+c=0$，$bx^2+2cx+a=0$，$cx^2+2ax+b=0$ のうち，少なくとも1つは実数解をもつことを証明せよという問題にしたら。」は，教師Aが予期していた以上の応答が含まれていた。江森(2012)は，このように第2発言者（教師B）の応答が第1発言者（教師A）の理解を超える範囲で行われるコミュニケーション連鎖を「**超越連鎖**」と呼んでいる。つまり，教師Aと教師Bとのコミュニケーション連鎖は「共鳴連鎖」から「超越連鎖」へと変わって

いった。また，教師 B の提案に対して，推論をもって「判別式の和に分解したんですね。」と発言した教師 C との間には「共鳴連鎖」があったことになる。

創発連鎖（江森，2012，pp.80-86）

ここでは，小学校５年生の事例を取り上げる。この事例は，「家と家の間を直接電話線で結ぶことにします。今，どの家とどの家の間にも，ちょうど１本ずつ電話線を取りつけます」という文章に対して，児童 A から「電話線の結び方が分からない」という質問が出され，教師が児童 A に「３軒の場合について黒板に図をかいて考えよう」と指示するところから始まる。

まず児童 A は，２軒の家で考え始めた。家を○印で表し，２つの○印の間を１本の線で結んだ。その後，もう１つ○印を加えて１本の線で結び，矢印で指している○印からさらに線を結ぼうとした（**図２**）。そのとき，児童 A は「これ，どうなるんだか，わからない」と言った。

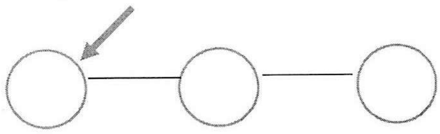


図２

ここで，教師の「誰かどうですか。３軒の家の間，これでちゃんと結ばれているじゃない」という問いかけに対して，児童 B は「家と家の間を１本ずつ結ばなくちゃいけないんだから，ここも結ばなくちゃいけない」と左右両端の○印を結ぶ線を描いた。（**図３**）

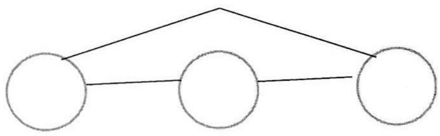


図３

児童 B の説明が終わるとすぐに，児童 C は「これじゃ，なんだか変に見えるから，これを動かして，こうすればいい」と言って次の①～③の手順を行って見せた。（**図４～図６**）

①一部を手で隠す（網掛けの部分）

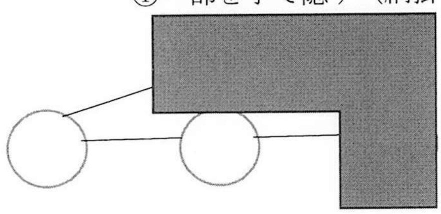


図４

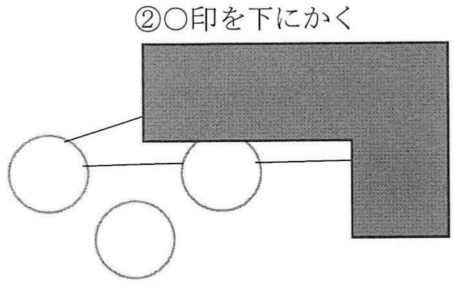


図５

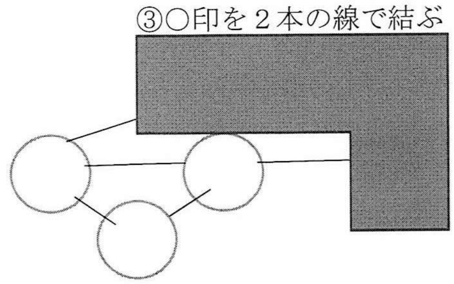


図６

そして，教師は，「いいですか，わかりましたね。家と家とを結ぶということは，こういうことですよ」と言いながら，児童Ａと児童Ｂと児童Ｃの意見をまとめて次のような形を示した（図７）。

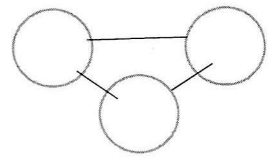


図７

以上のことから，児童Ａの図は児童Ｂの図を引き出すうえで不可欠であり，児童Ｂの図は児童 Ｃ による３軒目の家から２本の電話線が出るという操作を導くために必要なメッセージであったことが分かる。それぞれのメッセージは単独では最終的な形を生み出し得ないという点で，構成要素以上のものをもたらし，かつ，もとの要素に還元できないものを生み出すというものになっている。江森(2012)は，このように第１発言者の送信したメッセージが第２発言者の思考を刺激して，第２発言者の所有している知識などと結びつくことにより，新しいアイデアが創造されるコミュニケーション連鎖を「**創発連鎖**」と呼んでいる。

江森(2012)は，この４つのコミュニケーション連鎖の内容を整理し，以下の**表１**を提示している。

表１：コミュニケーション連鎖の４類型

規準	区分規準	協応連鎖	共鳴連鎖	超越連鎖	創発連鎖
1	メッセージの解釈方法[1)]	コード	推論	推論	推論
2	メンタル・スペースの包含関係[2)]	超越なし $MS_1 \supset MS_2$	超越なし $MS_1 \supset MS_2$	超越 $MS_1 \subset MS_2$	超越 $MS_1 \subset MS_2$
	送り手の所有知識の有無	○	○	×	×
3	メンタル・スペースの構築方法[3)]	既存知識の想起	既存知識の想起	既存知識の想起	新アイデアの創発
	受け手の所有知識の有無	○	○	○	×
$MS_{1,2}$：第１，２発言者のメンタル・スペース					

1）第２発言者による第１メッセージの解釈が，コード解読によって行われる（コードモデル）or 推論による省略された情報の補完によって行われる（推論モデル）

2）第２発言者のメンタル・スペースが第１発言者のメンタル・スペースを超越していない or 超越している

3）第２発言者のメンタル・スペースの構築方法が第２発言者の既存の知識に依存している or 依存していない

（江森，2012，p.89）

また，コミュニケーションのレベルは，協応連鎖→共鳴連鎖→超越連鎖→創発連鎖というように上がっていき，もし，高位のレベルでのコミュニケーションがうまく成立しなければ，コミュニケーションは低位のレベルに戻るというコミュニケーションの再帰性についても指摘している（p.89)。

第３節　ポジショニング セオリー

３－１.　ポジショニング セオリー

グループによる話し合い活動時，ポジショニング セオリーは，生徒間の対人関係を理解するための視点となる（Anna&Gloriana,2015, p.382)。このときのポジショニングとは，話し合い活動を構造化して捉えるために，グループ内の生徒に何らかの役割を割り当てて，行為（action)や発言（speech)について述べたものである。

Esmonde（2009）は，グループによる話し合い活動時のポジションとして，エキス

パート,ノービス,ファシリテーターの３つを設け，これらのポジションのいずれかを生徒たちがとるとした（Anna&Gloriana,2015）。なお，エキスパートは熟練者役，ノービスは初心者役，ファシリテーターは促進者役というように日本語訳に言い換えられるが，本稿では英語表記のまま使用することとする。まず，エキスパートとは，グループの他のメンバーの活動が正しいものかどうかを決めることができ，数学的に認められた権威をもつポジションである。そして，エキスパートでの動きは“K1 move”（K は Knowledge の頭文字で，1 は第 1 発言者という意味である。）とコード化される。次に，ノービスとは，自分自身には十分な能力がないと考え，エキスパートに従い，しばしば他者に教えてもらうというポジションである。ただし，エキスパートの助言を疑うこともある。そして，ノービスでの動きは“K2 move”（K は Knowledge の頭文字で，2 は第 2 発言者という意味である。）とコード化される。最後に，ファシリテーターとは，いくつかの方法でグループでの話し合い活動に多くのメンバーを参加させ，問題解決を促進するポジションである。そして，ファシリテーターでの動きは“A1 or A2 move”（A は Action の頭文字で，1 は第 1 行為者，2 は第 2 行為者という意味である。）とコード化される。

本稿では，グループによる話し合い活動の目指すべき姿として，生徒間の発言や行為のやりとりによって，生徒一人ひとりがこれら３つのポジションを取り，そのポジションが変動していくことだと考える。ただし，この変動していく中で，教師の介入が必要な場合もあると思われる。なぜなら，ノービスの生徒はエキスパートの生徒の意見を聞くばかりで，受動的な学習参加になることが考えられるからである。このようなとき，教師が介入してファシリテーターのポジションを取り，ノービスの生徒のポジション変動を促すことになろう。

３－２． ネゴシエーション ムーブ

Anna&Gloriana（2015）は，グループによる話し合い活動時，生徒たちの言葉のやりとりをコード化することを通して“ネゴシエーション ムーブ”という視点を与えている。“ネゴシエーション ムーブ”とは，グループによる話し合い活動の練り上げ場面について，生徒間のポジション変動をもって捉えようとするものである。彼女らは，次の課題を用いて生徒たちの話し合い活動を調査した。

【課題：The Going to Yellow Park Lesson】
Karl と彼らの友達は，Yellow Park でキャンプをするために旅行を始めました。彼らは全員違う場所から出発しますが，Karl または彼の友達の誰かが午後 8 時までに Yellow Park に着かなければなりません。さもなければ，彼らは予約が取り消され，約

束と 100 ドルの保証金を失うことになります。Karl と彼の友達はメッセージをお互いにやり取りし，Yellow Park の担当者の Linn にも送っています。Linn は Karl と彼の友達が午後８時までに Yellow Park に着くかどうかを，メッセージの最新情報を受け取る中で判断しなければなりません。Linn はあなたの手助けを必要としています。Karl と彼の友達は午後８時までに Yellow Park に着くことができるのか，また Yellow Park に着く順番について見当をつけなさい。

≪Bryan から Linn へのボイスメール≫
PM5:47："こんにちは，Linn さん。こちら Karl の友達の Bryan です。Yellow Park を閉園しないでください。私は午後８時までに Yellow Park に着くはずです。私は今(5:47)で，Yellow Park から１５０マイル離れたところにいます。私は安定したペース（定速）で運転しています。"
PM6:32："こんにちは，Linn さん。こちら再び Bryan です。私は今(6:32)，Yellow Park から１０５マイル離れたところにいます。私はあなたにまもなく会えるでしょう。"

≪Karl からの e メール≫
Date：8 月 23 日（木）18:30:03
To：Bryan, Vidya, Isabel, Bryan
CC：Linn
Subject：On my way

こんにちは，みなさん。私は問題を抱えてしまいました。Isabel 笑わないで。私はこの旅行のグラフを付けています。私がいつ目的地に着けるのかどうかをあなたに知ってもらうためです。(私の家はキャンプ場から 97.5 マイル離れています。) 私はたくさんの準備物（テント，寝袋，懐中電灯）を忘れてしまいました。私は 6:00 に出発したにもかかわらず，２回は家に戻りました。すみません。私は間に合うように努力したのですが... しかし私はもう一枚スピード違反のチケットをもらう余裕はありません。私は時速６５マイルで運転しています。早く会いたいです。

≪Isabel の Facebook への投稿≫
Isabel Riley　バイクに乗るには素晴らしい日だ。時速 12 マイル，歩調は一定。
8 月 19 日午後 2:44
Isabel Riley　雨は降っていない。タイヤがパンクしたが，修理道具を持っていた。
8 月 19 日午後 3:38
Isabel Riley　予想外のことが起こった。私は速度を上げ，時速 15 マイルで行かなければならない。

8月19日午後4:14
Isabel Riley　ガソリンスタンドにいる。半分は過ぎた。
8月19日午後5:12
Isabel Riley　時速10マイル。軽食を食べて遅くなったが，立ち止まってはいない。
8月19日午後5:27

≪Vidya から Linn への電話≫
午後6:32 : “Linn さん，Vidya です。私は今，家を出発しました。午後6:32です。私はモーターバイクで行きます。だから，私は時速54マイル以上で向かうことはできません。私は sweet corn stand へ到着した時再びあなたに連絡します。”
午後7:19 : “こんばんは，Linn さん。私は sweet corn stand にいます。ちょうどあと半分の距離になりました。待っていてください。”

【筆者による課題考察】
この課題は条件不足の問題である。課題に取り組む中で，生徒自身で条件を決めなければならない。そのことで，グループ内の話し合い活動が活発になることが期待できる。また，条件をどのように決めるかで，学習内容のレベルが上がることも考えられる。

Anna&Gloriana(2015)は，この課題を3つのグループ(A，B，C)に取り組ませ，それを以下のように分析した。

表2：各グループの構成メンバー

Group A	Group B	Group C
Bobby	Bryce	Addy
Eileen	Chad	Anton
Josh	Jay	Emily
Julie	Meg	Kailey

【分析】
グループAはエキスパートとノービスが区別されたグループであった。Eileen は一貫してエキスパートのポジションで K1 の move を行い，ノービスのポジションとなった他のメンバー(Bobby，Josh，Julie)に対して課題の解決方法を提供した。この解決方法に対して，他のメンバーは疑いをもたなかった。
グループBはエキスパートのポジションを取る生徒に対して多くの疑問を投げかけたグループであった。複数の生徒が K1 の move をしばしば行い，その都度，他のメンバーによって疑われた。しかし，K2 の move を行うメンバーはほとんどいなかった。

グループ C はエキスパートとノービスのポジションがグループのメンバー間で共有されたグループであった。あるメンバーが決まったポジションを取るのではなく，メンバー間で次々とポジションが変動した。このグループではアイディアのギブアンドテイクが見られた。

グループ B とグループ C ではファシリテーターのポジションを取るメンバーがいたが，機能しているのはグループ C のファシリテーターであった。

また，Anna&Gloriana(2015)は，各グループでのメンバー間のやりとりの様子を**表3**と**表4**のように数値化した。先の分析はこの２つの表に現れた数値によって裏付けされている。

表3：グループ活動時における知識と行為のやりとり

Summary of Knowledge and Action Exchanges During Group Work

	GroupA	GroupB	GroupC
Duration of group work	32:30	31:55	34:25
Time Mr.Taylor spent with group	9:10	4:20	1:35
Number of knowledge exchanges	26(87%)	85(79%)	112(83%)
Number of action exchanges	4(13%)	23(21%)	24(17%)
Total exchanges	30	108	136

(Anna&Gloriana，2015，p.398)

左端の上の項目から，グループ活動に費やした時間，教師(Mr.Taylor)がグループに関わった時間，知識のやりとりの数，行為のやりとりの数，やりとりの合計数を表している。この表から，教師の介入が少ない方がグループ活動のやりとりが多く，一人ひとりが知識のやりとりが多いことが分かる。教師の介入は少ない方がいいのではないかと考える。また，少ない介入の中でいかに話し合いが活発になるための助言ができるのかが大事になると考える。もちろん，教師の介入がまったくのないのではいけない。行為のやりとりの数は，教師の関わっている時間によらないことも分かる。この行為が起こるやりとりは他の要因があることが考えられる。

表４：各グループにおけるネゴシエーション ムーブの配分

Distribution of Negotiation Moves Performed by Each Group Member

Number of exchanges performing（発言と行為のやりとりの数）						
		K1 (% K exch.)	K2 (% K exch.)	dA1 (% A exch.)	A2 (% A exch.)	Challenge (% exch.)
Group A	Bobby	4(15%)	5(19%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)
	Eileen	14(54%)	2(8%)	0(0%)	3(75%)	2(6%)
	Josh	5(19%)	4(15%)	0(0%)	0(0%)	1(3%)
	Julie	3(12%)	6(23%)	0(0%)	1(25%)	0(0%)
Group B	Bryce	27(32%)	10(12%)	0(0%)	13(57%)	11(10%)
	Chad	16(19%)	8(9%)	0(0%)	2(9%)	6(6%)
	Jay	38(45%)	20(24%)	1(4%)	3(13%)	16(15%)
	Meg	7(8%)	4(5%)	0(0%)	0(0%)	2(2%)
Group C	Addy	41(37%)	24(21%)	0(0%)	6(25%)	11(8%)
	Anton	21(19%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)
	Kailey	26(23%)	17(15%)	0(0%)	1(4%)	6(4%)
	Emily	37(33%)	25(22%)	0(0%)	16(75%)	8(6%)

(Anna&Gloriana, 2015, p.399)

※K1…第１発言者，情報を提供する　K2…第２発言者，質問する　dA1…第１行為者，行為する

A2…第２行為者，行為に関して要求する　Challenge…疑う

さらに，Anna＆Gloriana(2015)は，ネゴシエーション ムーブの網羅リストを設け，それらをコード化して**表５**を示している。

表５：ネゴシエーション ムーブの網羅リスト(Synoptic Moves)

コード	動き	描写	例（課題：The Going to Yellow Park Lesson より）
K1	第１発言者	情報を提供する	彼は 8:30 にそこに着く。
A1	第１行為者	行為をする	例えば[計算する]
K2	第２発言者	質問する 他の誰かによって確認された情報を提案する	Karl はそこに何時に着きますか？私は，彼はそこに 8:00 に着くと思うんだけど。
A2	第２行為者	行為に関して要求する	あなたは 97.5 を 65 で割ることができますか？
dK1	第１発言者に遅れて	情報の提供が遅れる	それと，距離は等しいけど…。
dA1	第１行為者に遅れて	行為することを申し出る	あなたは私が Karl の状況を分かることを望んでいますか？
K2f	第２発言者によって引き続いて行われる	第１発言者の動きの後に引き続いて行う	オッケー。
＝K1/K2	動きの詳述	K1/K2 の動きを言い直す	それで，Karl はそこに 8:00 の 30 分後に着きます。
＋K1/K2	動きの拡張	K1/K2 の動きにいくつかの情報を追加する	Karl はそこに 8:30 に着きます。だから，彼は遅刻するでしょう。
x K1/K2	動きの強化	K1/K2 の動きにいくつかの条件を提供する	彼はそこに 8:30 に着きます。なぜなら，彼は 7:00 現在，まだ 97.5 マイル離れた地点にいるからです。

(Anna＆Gloriana，2015，pp.420- 421)

ネゴシエーション ムーブの構造を木に例えると，**表５**は幹の部分に当たる。Anna＆Gloriana(2015)は，枝葉に当たる部分を**表６**のように整理している。

表６：ネゴシエーション ムーブの細部リスト（Dynamic　Moves）

コード	動き	描写	例（課題：The Going to Yellow Park Lesson より）
保留に関するもの(Suspending moves)			
cfrg	確認を依頼する	前の発言が正しく聞けているのか確認を依頼する	あなたは何と言いましたか？
cf	確認を与える	前の発言を確認する	私は言った，Karl はそこに 8:30 に着くでしょう。
bch	相づちを打つ	主張を認める動きか聞いているのか示す	うーん。
check	確認する	話し手は発言が聞かれているのか確認する	あなたは私のこと聞いていた？
未完に関するもの(Aborting moves)			
ch	疑う	第 1 の主張の妥当性を疑う	（Karl はそこに 8:30 に着く。） いいえ，彼は着きません。
rch	疑いに対する反応	疑いに対して反応する	（Karl はそこに 8:30 に着く。） いいえ，彼は着きません。 はい，彼は着きます。
sch	自身を疑う	K1 の動きの成果を偏らせる K1 の動きを制限する	Karl はそこに何時に着きますか？知りません。 Karl はそこに 8:30 に着きますが，私は本当に知りません。
解明に関するもの(Elucidating moves)			
clfy	明確化	前の発言の意味を明らかにすることを試みる	あなたが意味するのは 97.5 マイルですか，それとも 97.5 分ですか？
rclfy	明確化に対する反応	clfy の動きを解決する	私は 97.5 マイルを意味しています。

持続に関するもの(Sustaining moves)			
rp	繰り返す	前の発言を繰り返す	Karl はそこに何時に着きますか？
rph	言い換える	前の発言を言い換える	Karl は時間通りにそこに着きますか？
corr	修正	K2 の動きを修正する	実は Karl はそこに 8:30 に着きます。
self-corr	自己修正	話し手は自分自身で K1 か K2 の発言を修正する	（彼はそこに 8 に着きます。）いいえ，8:30 を意味します。
irr	不適切な反応	話し手はやりとりに対して不適切なコメントをする	あなたは Karl がそこに何時に着くと思いますか？ とはいうものの，運転する間に E メールを送ったのは誰ですか？
ro	反応なし	話し手はある人が聞き出すとき反応がなくなる	あなたは Karl がそこに着くのは何時だと思いますか？ （反応なし）
rexp	説明を依頼する	K1 の話し手は K2 の話し手により情報を主張する	あなたは彼がそこに 8:00 に着くと言えるのはなぜですか？
exp	説明	K2 の話し手は rexp に対しての反応の中により情報を供給する	彼は 7 時に出発するのと 97.5 マイル行くだけでだったので。

(Anna＆Gloriana，2015，pp.420- 421)

※筆者が日本語訳している。

以上，本論文における数学的コミュニケーションを明確にする上で必要となる先行研究を概観した。第３章では，コミュニケーション連鎖とポジショニング セオリーの知見を統合的に捉えた理論的枠組みを提示し，既存のデータを考察する。その結果を踏まえ，第４章ではグループによる話し合い活動に注目し，数学的コミュニケーションを実現させるための授業づくりについて検討する。

第３章
授業分析

本章では，第２章で取り上げた先行研究を基にして，授業づくりの視点を得るために，分析の枠組みを設定した。また，数学的コミュニケーションを実現させるためのグループによる話し合い活動の理想的な形を示す。そして，その枠組みから，既存データを用いて事例考察し，実践授業に向けた示唆を示す。

第１節　分析の対象と方法

第２節　既存データの分析

２－１．公開授業の概要

２－２．分析

第１節　分析の対象と方法

本節では，数学的コミュニケーションの定義を確認し，第２章で取り上げたコミュニケーション連鎖とポジショニング セオリーの知見を基にして，本研究の目的に応じるための授業づくりに向けた準備を行う。

（1）分析対象

本研究では，数学的コミュニケーションが実現されているかを捉えるために，生徒の思考や判断，技能等が外化されたものを分析対象とする。先行研究では，生徒の発言（speech）と行為（action）が対象となっていたが，本研究では生徒の発言に絞ることとする。その発言を分析するために，プロトコルを書き起こす。また，ワークシートやホワイトボードに書かれている内容も数学的コミュニケーションが実現されているかを判断するための一つの資料として用いることにする。

数学的コミュニケーションの定義については，次の金本氏の立場に立つことにする。

数学的コミュニケーションとは，数理的な事象に関わるコミュニケーションであり，また，算数数学の表現を使用しているコミュニケーションのことである。（金本，2014，p.39）

算数数学の表現（生徒の思考や判断，技能等が外化したもの）においては，第一に学習指導要領の算数や数学の項目に載っている用語の使用が考えられる。しかし，グループによる話し合い活動時には，学習指導要領には載っていないが，数学の学習に関わってくる用語や言葉がある。一見すると，数学の学習には関係なさそうな発言であっても，とても重要な意味をもっていることがある。その発言によって，それまでの教師の説明が分からなかった生徒が突然分かる場合があると，筆者は自身の経験から推察する。

このような発言も数学的コミュニケーションの分析対象に含め，本研究を進めていく。

（2）分析方法

本研究では，数学的コミュニケーションを分析する際，コミュニケーション連鎖とポジショニング セオリーの知見を基にする。

まず，コミュニケーション連鎖においては，授業づくりを行う上で，本稿では「超越連鎖」（**表１**の網掛け部分）に注目し，その有無を調べる。なお，最も高位のレベルにある「創発連鎖」については，その事象を捉えにくく，判断しにくいため本稿では扱わないことにした。

表１　再載：コミュニケーション連鎖の４類型

規準	区分規準	協応連鎖	共鳴連鎖	超越連鎖	創発連鎖
1	メッセージの解釈方法[1)]	コード	推論	推論	推論
2	メンタル・スペースの包含関係[2)]	超越なし $MS_1 \supset MS_2$	超越なし $MS_1 \supset MS_2$	超越 $MS_1 \subset MS_2$	超越 $MS_1 \subset MS_2$
	送り手の所有知識の有無	○	○	×	×
3	メンタル・スペースの構築方法[3)]	既存知識の想起	既存知識の想起	既存知識の想起	新アイデアの創発
	受け手の所有知識の有無	○	○	○	×
$MS_{1,2}$：第１，２発言者のメンタル・スペース					

1）第２発言者による第１メッセージの解釈が，コード解読によって行われる（コードモデル）or 推論による省略された情報の補完によって行われる（推論モデル）。

2）第２発言者のメンタル・スペースが第１発言者のメンタル・スペースを超越していない or 超越している。

3）第２発言者のメンタル・スペースの構築方法が第２発言者の既存の知識に依存している or 依存していない。

（江森，2012，p.89）

次に，ポジショニング セオリーにおいては，グループによる話し合い活動をエキスパート，ノービス，ファシリテーターの３つのポジションをもって捉え，「ネゴシエーション ムーブの網羅リスト」(本論文，p.24)に挙げたコードを主にして，それらのコードを書き起こしたプロトコルに割り当てる。また，ポジションの変動にも注目する。

第２節　既存データの分析

本節では，前節の理論的枠組みを用いて，平成２７年度に国立教育大学附属中学校で実施された公開授業のデータ（学習指導案，ビデオ映像，音声など）を分析する。なお，この公開授業は前節の理論的枠組みを検討するために実施されたわけではない。ここでの分析は筆者の研究活動の範囲内で入手できたデータを活用している。

２－１．公開授業の概要

（１）公開授業が実施された日

平成２７年１１月７日（土）

（２）対象学年及び生徒数

中学校１年１組　　生徒数：３３名

（３）単元名

「資料の活用」

（４）題材名

「バスケットボールの試合での選手起用」

（５）本時の目標

・選手を選ぶ理由を状況に応じて代表値やヒストグラムなど活用しながら，他者に分かりやすく説明することができる。

・状況に応じて，資料を整理・分析し，まとめることができる。

（６）本時の展開

①次の学習課題を提示し，本時の目標を確認する。

≪学習課題≫

下の表は，バスケットボール選手であるＡ選手・Ｂ選手・Ｃ選手の最近２０試合の第４ピリオドでの得点数をまとめたものである。あなたはチームの監督をしています。今，強豪チームであるKATO選抜チームと戦っている最中で，第３ピリオドが終わったところである。あなたは監督として，残りの第４ピリオドにあと１人どの選手を起用しますか。

A選手																				
試合	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
得点数	2	9	1	11	0	10	3	0	9	1	10	0	9	2	10	1	9	2	11	10
B選手																				
試合	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
得点数	11	5	5	3	7	3	6	4	7	0	7	6	4	9	2	5	7	4	9	8
C選手																				
試合	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
得点数	0	2	1	19	5	0	3	18	5	2	3	0	2	19	3	1	4	2	18	1

②３選手の得点数に関する次の３つの状況における選手の起用方法を考える。
ただし，各生徒は前時までの学習として個人思考は終えている。

状況①２０対３５で負け 状況②２０対２８で負け 状況③２０対２４で負け

③各班に３つの状況のうちの１つをそれぞれ割り振る。班内で，A，B，C のいずれの選手を選んだのかをその理由とともに話し合う。
④各班の代表者が班で話し合った結果を学級全体に向けて発表する。
⑤本時のまとめを行う。

２－２．分析

本節では，状況③に割り振られた１つのグループの話し合い活動を分析する。生徒どうしの会話は IC レコーダーを用いて録音したものである。グループは男子２人，女子２人の計４人によって構成されている。その４人を S_1～S_4で表すこととする。クラス担任の先生へのインタビューから，S_1～S_4の様子は次のようになる。

S_1…バスケットボール部所属で，普段からリーダー的性格である。学力水準はかなり高く，数学に関する知識は豊富である。文章表現も，話すことも得意である。 S_2…吹奏楽部所属で，社交的でクラスのムードメーカーである。学力水準は高く，一度言ったことは理解できる。しかし，数学に関する知識を感覚として捉えている面が目立つような生徒である。文章表現は苦手だが，話すことは得意である。 S_3…ソフトテニス部所属で，おとなしく，他の人から一歩引いて行動する性格である。学力水準は平均的だが，数学は苦手。数学に関する知識は用語を知っている程度である。文章表現は得意な方だが，話すことは苦手である。 S_4…バスケットボール部所属で，心優しく，気を遣いながら行動する。学力水準は低く，数学も苦手である。数学に関する知識は用語を知っている程度である。文章表現も，話すことも苦手である。

本データでは，超越連鎖が起こっている場面が２つ（04～08，57～69）考えられる。ここで，04～08 のプロトコルを【場面１】，57～69 のプロトコルを【場面２】として，それぞれについてネゴシエーション ムーブのコードを割り当ててポジショニングに関する分析を行うと，次のようになる。また，グループの発話記録は一部のみ本節で扱い，すべての発話記録については付録①に載せておく。

【場面１】<04～08>

プロトコル	コード
04　S_2：B 選手は４点以上を１６回もっていて，得点の差は４点やから，６点以上，６点を１回取れば勝てるので，B 選手です。	K1
05　S_1：次言っていい？	K2f
06　S_1：僕は C 選手だと思って，相手は１ピリオドずつに８点ずつぐらい決めているから，またこの回も，この１ピリオドも８点ぐらい取られるんだったら，えーっと，C 選手で，１８，１９点取れたら，勝てるからいいと思います。	K2
07　S_2：けど，あれちゃうん？	ch
たいしてさ，差がないからさ，そんなにいっぱいとっても意味ないと思うで。	rch
勝てたらいいんやろ。	cfrg
何点差つけろとかないんやから，別に。	cf
08　S_1：あの，１ピリオドで８点ずつ取ってるんやから，４ピリオドで８点取られたら，結局，３２点になるわけやんか。	A1
じゃあ，１２点も差がひらけてくるから，となると，C の方がいいと思うし。	ch
もしおさえこめるんやったら，B のが確実やと思うから難しい。	rch

この場面では，S_2は，２チームの差が４点なので，第４ピリオドで相手チームを０点におさえられたら，４点より多い点を取れば勝てると考えた。そこで，B 選手だったら，最近２０試合の結果から４点より多い点を取ってくれると判断している（[04]「B 選手は４点以上を１６回もっていて…」という発言から）。しかし，S_1は，相手チームが３ピリオドの合計で２４点取っていることから，１ピリオドあたり２４÷３で，８点ずつ取るものだと考えた。そのことから，第４ピリオドでも確実に８点は取られるものとして，４＋８で，１２点より多い点を取らないと逆転できず，C 選手を起用しなければならないと判断している（[08]「じゃあ，１２点も差がひらけてくるから，となると，C の方がいいと思うし…」という発言から）。ここから，S_1とS_2の間に状況判断の相違を読み取ることができる。しかし，S_1は S_2の[07]「勝てたらいいんやろ。何点差つけろとかないんやから，別に。」という発言のあとに，その発言の意味を推測して，[08]「もしおさえこめるんやったら，B のが確実やと思うから難しい」と述べている。つまり，S_2の状況判断はS_1の想定の範囲を超えていると見ることができる。このことは，S_2のメンタル・スペースがS_1のメンタル・スペースを包含しており，S_1とS_2の間に超越連鎖が生まれたと考えられる。

この場面でポジショニングを検討する対象となるのは，S_3と S_4には発言がないこと

から，S_1とS_2の２人となる。Esmonde（2009）のポジショニングの定義に従うと，S_2には[04]でK1のコードを適用できるので，このときのS_2はエキスパートのポジションを取っている。S_1には[06]でK2のコードを適用できるので，このときのS_1はノービスのポジションを取っている。また，S_1には[08]でA1のコードを適用できるので，このときのS_1はファシリテーターのポジションを取っている。したがって，S_1にはポジション変動が見られたことになる。

【場面２】＜57～69＞

プロトコル	コード
57　S_1：(前時の学習で，生徒がワークシート上に作成したヒストグラムを指さして)　けどさ，ここみたらAもいけそうじゃない？	K１
ここだけな，だけ。	rp
58　S_4：Aもいけることはいけるな。	rp
59　S_1：８～１２までの間はけっこう取れとるから，それを取ったとしたら，相手と差はつめれる。	clfy
けど，相手もそれぐらいの点を取ったら，追いつけへんと思う。	rclfy
60　S_4：もう，だってすでに，４点差つけられているもんな。	clfy
61　S_1：うん。	bch
62　S_1：けど，差が少ないからこっちがけっこう取ってた，ちょっと５点ぐらい取ったらいけるんやろ。	ch
63　S_3：うん。(あいづち)	bch
64　S_4：向こうが１点も入らんとしたら。	K2
けど，(相手が) 強豪校やとしたら，絶対止めるし，決めるやろ。	+K2
で，２８点取ると予想したら，１０点は取りたいよな。	xK2
65　S_1：うん。(あいづち)	bch
66　S_1：でも，逆に３ピリオドで４点しか取られてないから，B でもいけるんかな。	K1
67　S_4：Bいけると思う。	K2
68　S_4：この試合で２０点いるから，えっとその３ピリオドで４点取らんと。	=K2
69　S_1：そう，３ピリオドあわせて，４点取られてるんやな，負けてるんやから，だから，それやったら，最後に４点から５点，５点ぐらい取れとかなあかんよな。	+K1

この場面の前半では，S_4はS_1の発言を受け，A選手の起用に同意している様子（[58]「Aもいけることはいけるな。」，[60]「もう，だってすでに，４点差つけられているもんな。」）が窺える。しかし，後半になると，S_4はS_1のもう１つの考えを聞き，B選手

の起用もあり得ることに気づく。つまり，S_1の状況判断はS_4の想定の範囲を超えていると見ることができる。このことは，S_1のメンタル・スペースがS_4のメンタル・スペースを包含しており，S_1とS_4の間に超越連鎖が生まれたと考えられる。

この場面でポジショニングを検討する対象となるのは，S_1，S_3，S_4の３人となる。Esmonde(2009)のポジショニングの定義に従うと，S_1には[57]と[66]でＫ１のコードを適用できるので，このときのS_2はエキスパートのポジションを取っている。S_3には[63]の相づちを打ったことでbchのコードを適用できるので，このときのS_3はノービスのポジションを取っている。S_4には[64]と[67]でK2のコードを適用できるので，このときのS_4はノービスのポジションを取っている。なお，この場面ではファシリテーターのポジションに当たる発言はなく，ポジション変動も見られなかった。

以上の分析から，一般的な中学校の授業を記録したデータにおいても，超越連鎖，ポジショニング（エキスパート，ノービス，ファシリテーター），ポジション変動という先行研究の知見を確認することができた。次章では，これらの知見に基づき，本研究の目的に応じるための授業づくりを行う。話し合い活動の質を判断する一つの視点になると考えられるのと，話し合い活動のグループ編成を考えていくためのきっかけにもなることに価値があると思われる。

第４章
実践授業

本章では第３章の事例考察で明らかになった課題に対して，コミュニケーション連鎖とポジショニング セオリー，ネゴシエーション ムーブのコードを用いて，現在勤務させていただいている公立中学校１年生を対象に，４人グループの話し合い活動の様子をプロトコルを基にして，分析する。そして，授業づくりに向けた改善点や示唆を得る。

第１節　実践授業の概要

１－１．題材設定の理由

１－２．授業の目的

１－３．時期と対象

第２節　考察

第１節　実践授業の概要

１－１．題材設定の理由

本研究で行う実践授業はグループによる話し合い活動に注目する。グループによる話し合い活動に注目するために前章の既存データと同じ領域となる「資料の活用」の題材を用いることとする。その理由は次の３点である。

１点目はこの領域には答えが１つだけではなく，オープン・エンドの問題が多いということである。答えが１つしかない問題とは異なり，「資料の活用」の問題では根拠をもって説明することができれば，それが答えの１つとなる。このことは，普段，数学の問題に対して積極的に取り組むことができない生徒にとっても，出来る生徒にとっても退屈しない，取り組みやすいものではないかと考えた。

２点目は身近な事柄のデータを用いられている問題であるということである。「資料の活用」では，１００m 走のタイムやクラスの人たちの様々なタイムなど，身近な事柄のデータを分析しながら考えていく問題が多いので，興味をもちながら課題に取り組むことができるのではないかと考えた。

３点目は前章で述べた分析方法を同じように用いることができるということである。授業の分析が同条件で行え，数学的コミュニケーションが実現している話し合いなのかを考察することができると考えた。そのなかで，コミュニケーション連鎖とポジショニング セオリーとポジションの変動に注目して考察することとする。

１－２．授業の目的

前章の中で課題として見えてきたことは次の２点である。

１点目は，教師の介入はほとんどなく，生徒たち自身で話し合い活動は行われていたが，一人の生徒がエキスパートのポジションを取る形になっていて，グループ内でそれぞれの生徒のポジションの変動が大きく見られなかった。

２点目は，そのエキスパートに疑うといった動きを見せるのはファシリテーターのポジションを取る生徒だけであって，４人グループでも，２人だけで話し合いが進んでいる状況になっていた。

このことから，教師の介入がわずかであっても，的確な介入によって，生徒のグループによる話し合い活動が活発にできるようにする。また，コミュニケーション連鎖でも超越連鎖が起こるような生徒たちの間で相違が生まれるような授業を行う。そのなかで，

４人グループの全員が話し合い活動に参加し，ポジションの変動が見られるようにする。ポジションの変動が活発に見られることで，話し合い活動が充実したものだと判断することとする。

また，本研究では，グループによる話し合い活動時，数学的コミュニケーションが実現している状態を次のように想定する。

・コミュニケーション連鎖（超越連鎖）とポジションの変動が起こっている状態

次節以降，筆者が現在勤務している公立中学校の１年生を対象とした調査について，その概要及び分析と考察を述べていく。

１－３．時期と対象

（1）実施時期と場所

平成２８年１１月４日　兵庫県内の公立中学校

（2）対象学年及び生徒数

中学校1年　生徒数：１６名（少人数学級）

（3）単元名

「資料の活用」

（4）題材名

「スキージャンプの試合での選手起用」

（5）本時の目標

・選手を選ぶ理由を状況に応じて代表値やヒストグラムなど活用しながら，他者に分かりやすく説明することができる。
・状況に応じて，資料を整理・分析し，まとめることができる。

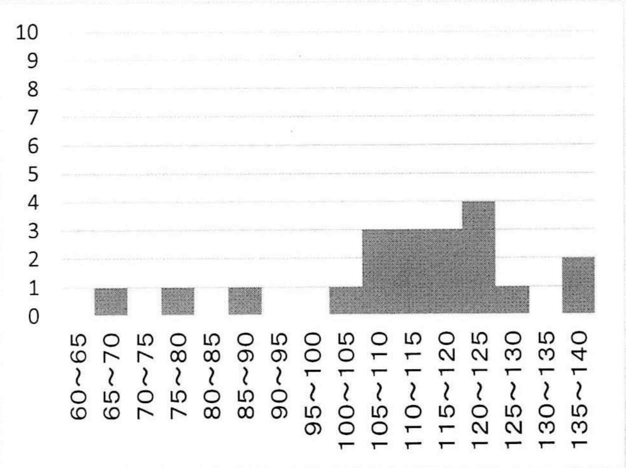
（6）学習過程

実践授業は全2時間で，「資料の活用」を行うことにした。第2節で考察するのは2時間目の原田選手と船木選手の選手起用法についてのものである。まず，前時（1時間目）において，代表値の用語についての理解を深める。そして，学習課題に対して，代表値を用いて根拠をもって説明できるようになる。なお，学習課題と授業に使ったワークシートを付録②に載せておく。本時（2時間目）は前時で学習した代表値とヒストグラムの読み取りを用いて，分析していくことにする。

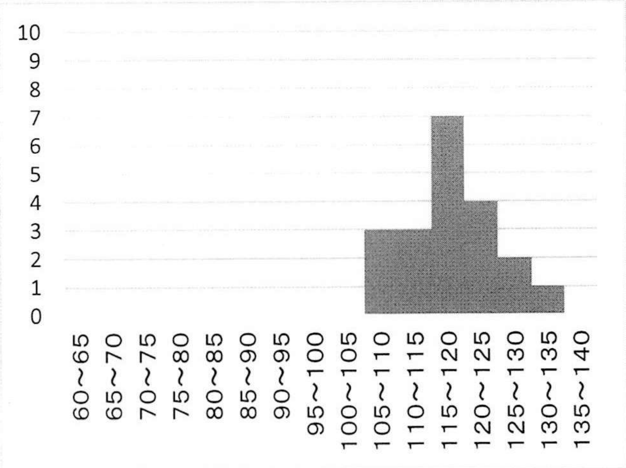
【本時】

・次の学習課題を提示し，本時の目標を確認する。

下の２つのヒストグラフは，スキージャンプ選手である原田選手・船木選手の１９９８年シーズンの長野オリンピックまでのいくつかの国際大会で２人が飛んだ距離の記録をまとめたものである。２人のヒストグラムを比較して，そこから分かる特徴をもとに，次の一回でより遠くへ飛びそうな選手を１人選ぶとすると，どちらを選びますか。また，その選手を選んだ理由を説明しましょう。



原田選手の記録



船木選手の記録

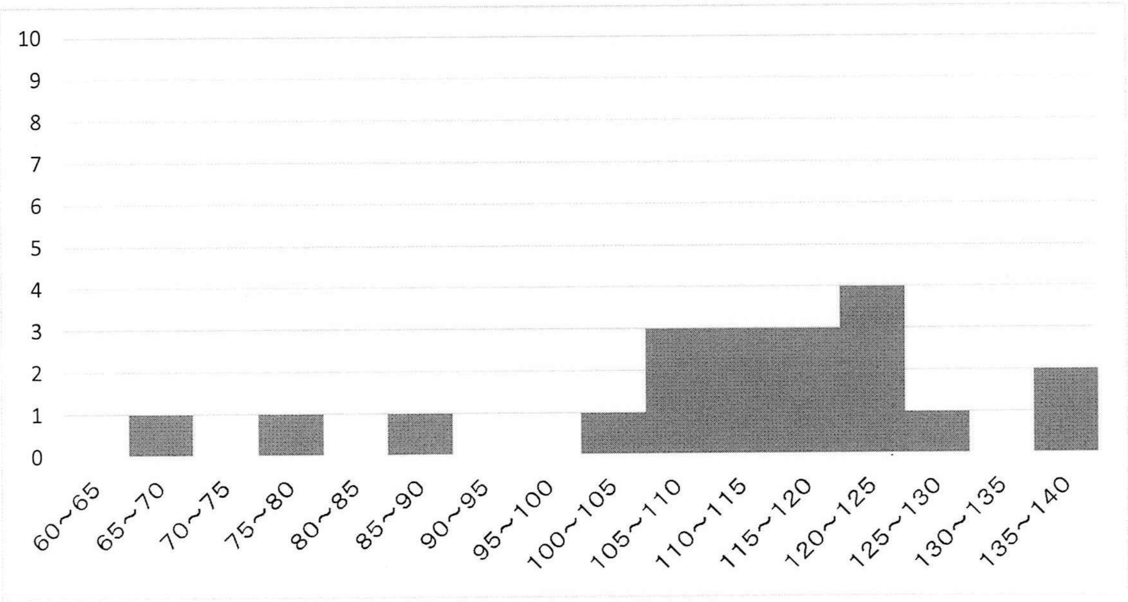
学習の流れ	学習活動(◎)　予想される生徒の反応(○)	指導上の留意点(・)評価(☆)
1．用語を確認する	◎代表値（平均値，最頻値，中央値）について振り返る。	・前回のワークシートを用いさせる。
2．学習課題を把握する	2人のヒストグラムを比較して，そこから分かる特徴をもとに，次の1回でより遠くへ飛びそうな選手を1人選ぶとすると，どちらを選びますか。また，その選手を選んだ理由を説明しましょう。	
	◎記録を用いて，自分でヒストグラムを作成する。 ○棒グラフに似ているな。 ◎資料を見て，気づいたことを発表する。 ○原田選手の方が最大と最小の範囲が広い。 ○船木選手の方が安定している。 ○中央値が原田選手は 115m で，船木選手は 117.5m付近である。 ○最頻値が原田選手は 120~125m で，船木選手は 115~120m である。	・2つのヒストグラムや度数分布表を観察し，得られる情報を整理させる。
3．学習課題を個人で考える。	◎2選手のどちらがいいのか自分なりの見解をもつ。 ①原田選手を選んだ場合 ○最大値が原田選手の方が大きいから。 ○船木選手は 135m以上飛んだことがないから。 ○最頻値が船木選手よりも高い位置にあるから。 ②船木選手を選んだ場合 ○平均値が原田選手よりも高いから。 ○船木選手は最低でも 105m以上飛んでいるから。 ○範囲が狭くて安定しているから。	・数学の用語を用いて，根拠をもって選ぶように促す。 ・ワークシートに自分の考えをまとめさせる。
4．学習課題をグループで話し合う。	◎4人のグループを組み，それぞれ自分の意見を発表する。 ◎グループの意見を一つにまとめて全体に発表するための準備をする。	・自分の考えをグループ内で発表して，検討させる。 ・数学用語を用いて根拠をもって説明するように促す。

		☆選手を選ぶ理由を，状況に応じて代表値やヒストグラムなどを活用しながら，他者に分かりやすく説明することができる。(観察，ワークシート)【数学的な見方や考え方】 ・他者の意見を聞き，その意見を自分の意見と比較させる。
５．本時のまとめ（振り返り）	◎各班の発表を聞く。 ○選手を選ぶ理由が根拠にもとづいて，どれも分かる。 ○どこを基準に見るかで変わるのではないか。 ◎ワークシートに感想を書く。	・どちらか一方の選手を選ぶことが正解とならないようにする。 ・「目的に応じて資料の傾向を読み取り，度数分布表や代表値，ヒストグラムを用いて判断することが大切である」とまとめる。

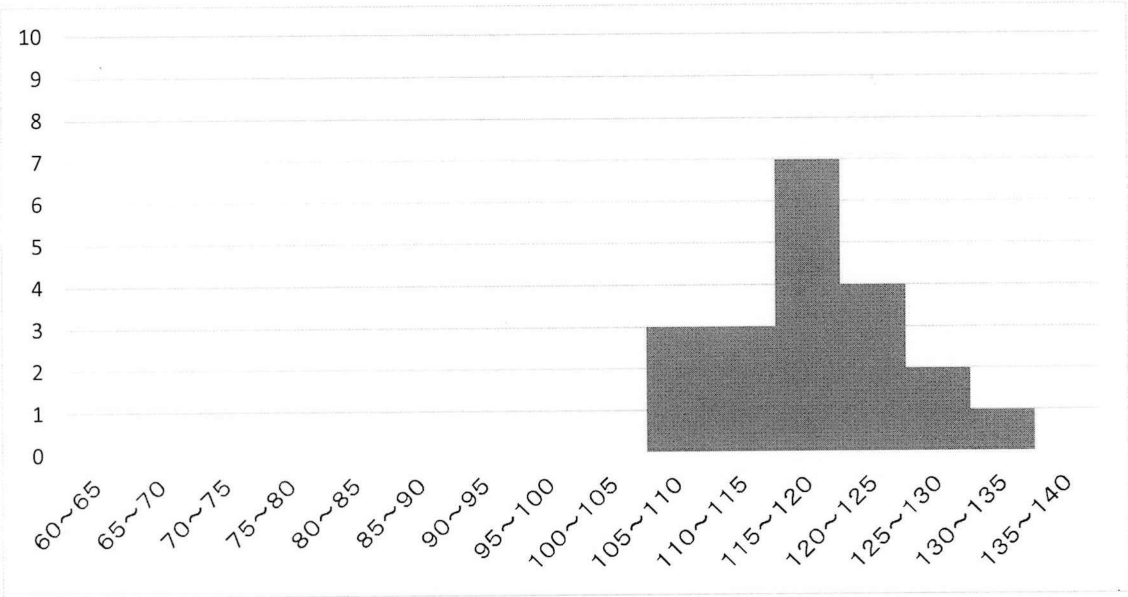
※ワークシートを次頁，次々頁に載せておく。

（ワークシート）

ヒストグラム



原田選手



船木選手

試合	原田選手	船木選手
1	102	119
2	111	117
3	122	106
4	127	122
5	136	112
6	108	116
7	111	111
8	116	119
9	66	126
10	109	118
11	122	118
12	124	121
13	123	111
14	78	123
15	112	133
16	117	127
17	106	121
18	86	116
19	116	108
20	138	107

階級（m）	度数 原田（回）	度数　船木（回）
60～65	0	0
65～70	1	0
70～75	0	0
75～80	1	0
80～85	0	0
85～90	1	0
90～95	0	0
95～100	0	0
100～105	1	0
105～110	3	3
110～115	3	3
115～120	3	7
120～125	4	4
125～130	1	2
130～135	0	1
135～140	2	0
計	20	20

選ぶ選手… 理由…	友だちの意見を聞いての感想

第２節　考察

本節では，少人数学級の１６人を４人組４グループに分けて，分析する。生徒どうしの会話はICレコーダーを用いて録音した。グループのメンバーの男女比はグループによって異なる。そして，それぞれのグループをグループ１～４として，分析していく。

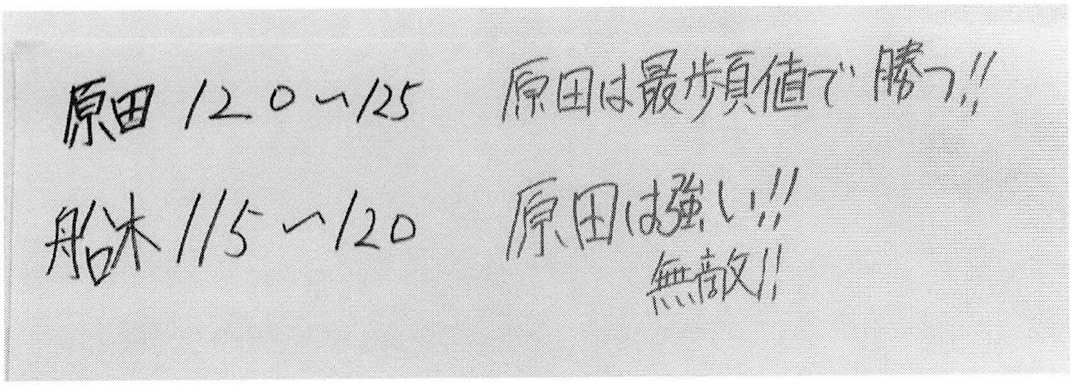
次に，それぞれのグループの特徴を示していく。それぞれのグループのメンバーを今回は授業者（筆者）が意図的に編成した。そして，それぞれのグループの生徒がどのようなポジションを取るのかについて，授業者（筆者）が予想したものを載せておく。そして，それぞれのグループの発話記録は一部のみ本節で扱い，全ての発話記録については付録③に載せておく。

グループ１

≪メンバー構成≫

S_1…ノービスと考えた。普段の授業中は，個人で考えることが多い。
S_2…ファシリテーターと考えた。一つ一つのことに対してまじめに取り組み，周りの様子を見ることができるリーダータイプ。
S_3…ノービスと考えた。数学に対しては興味があるが，問題に取り組むのは苦手である。
S_4…エキスパートと考えた。学力水準は高い上に，学級の個人目標にも「数学のテストで高得点をとる」といったように，数学が好きであることが分かる。

≪グループ１のホワイトボード≫



グループ２

≪メンバー構成≫

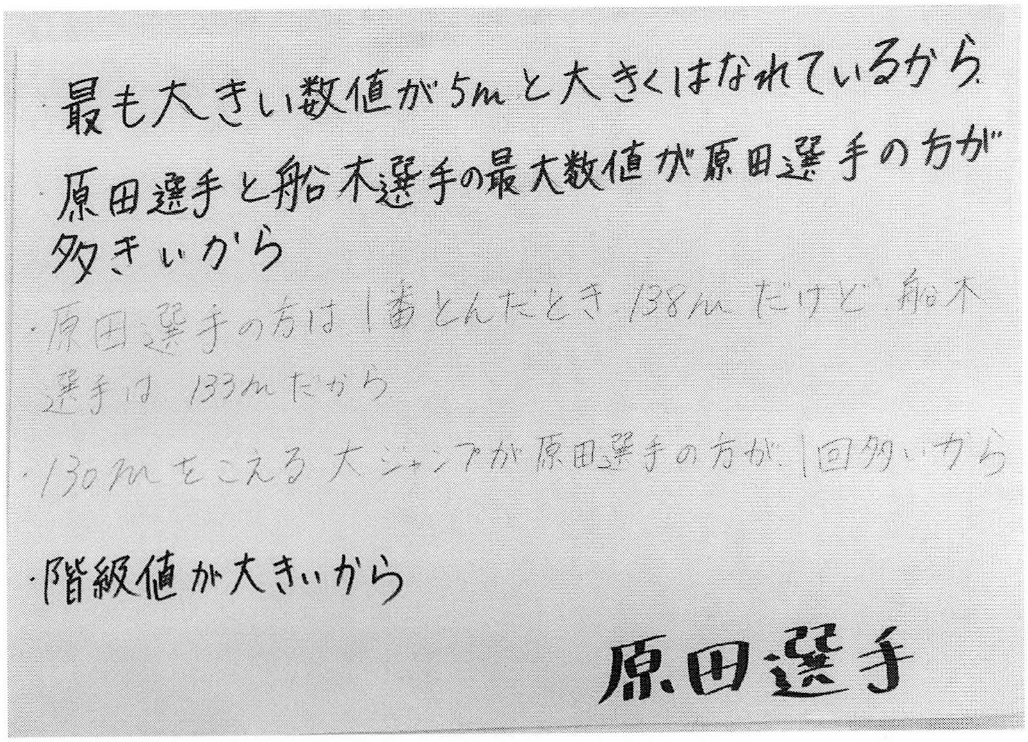
S₅…ノービスと考えた。授業には積極的に参加する。また，分からないことに対してもすぐに質問する。学力水準は平均的である。

S₆…ファシリテーターと考えた。学力水準は高く，様々な知識を持っている。

S₇…ノービスと考えた。学力水準は低い。数学は苦手である。

S₈…ファシリテーターと考えた。学力水準は平均的だが，このクラスの中で，一番積極的に発表を行う。

≪グループ２のホワイトボード≫

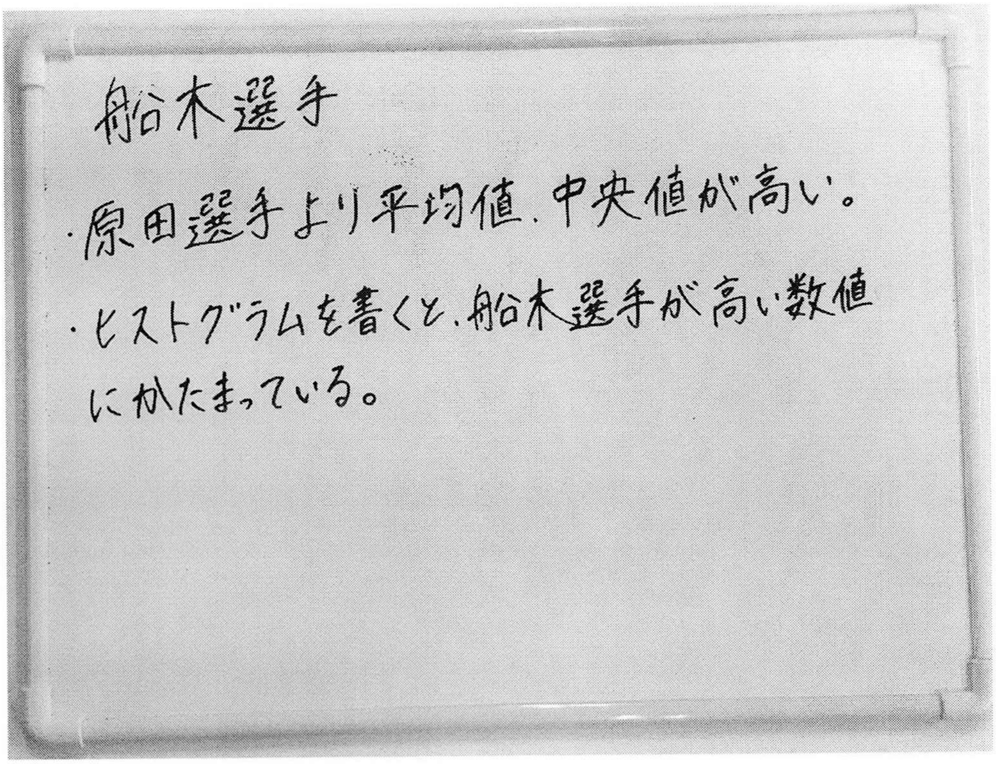


グループ３

≪メンバー構成≫

S_9…ノービスと考えた。授業中，話はよく聞いているが，あまり発言はしない。
S_{10}…ノービスと考えた。学力水準は低いが，数学に対して意欲的に取り組んでいる。
S_{11}…ファシリテーターと考えた。周りの様子を見つつ，普段の生活でも話を回す役割を行うことが多い。
S_{12}…エキスパートと考えた。学力水準は高い。しかし，授業中に発言は少ない，そこが気になる点である。

≪グループ３のホワイトボード≫

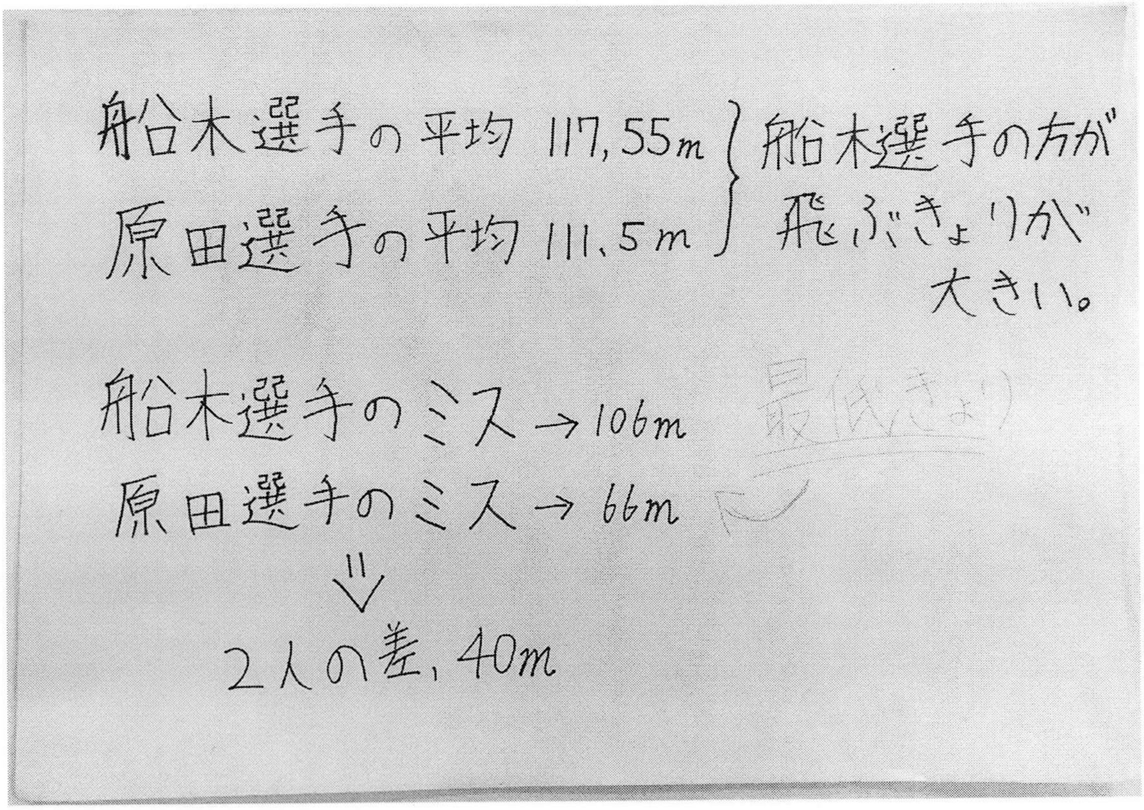


グループ４

≪メンバー構成≫

S_{13}…ノービスと考えた。意欲的で，話し合うことに対してもいいイメージを持っている。
S_{14}…エキスパートと考えた。授業中でもよい発言をすることがあり，授業態度も良い。
S_{15}…ファシリテーターと考えた。クラスのムードメーカー。
S_{16}…ノービスと考えた。数学は苦手で，すぐに課題に取り組むことができない。

≪グループ４のホワイトボード≫



ここからは，話し合い活動時のプロトコルからそれぞれのグループごとのコミュニケーション連鎖とポジションの変動を示す。

（1）グループ1について

【場面1】

プロトコル	コード
02 S_2：まず，最初，それぞれの選手の平均値を出そうか。	K1
03 S_1：106点	A1
04 S_2：102＋111＋…	A1
05 S_3：平均出したらいいんやんな。111.5点。	A2
06 S_1：S_3さん，まず，こっちを出したらいいんやんな。	rp
07 S_4：だから，平均を出すには全部をたして，÷20をするよな。	rph
【S_2：原田選手の記録を上からつぶやきながら足していく】	
08 S_2：2230÷20＝111.5	A1

この場面では，S_2の発言を受けて，4人それぞれが代表値の中で，特に「平均値」に注目して話し合いが行われることになった。お互いに，平均値を求めるためにどのように計算していけばいいのか確認しながら行っていることが窺える（[05]「平均出したらいいんやんな。111.5点。」や[06]「S_3さん，まず，こっちを出したらいいんやんな。」という発言から）。コミュニケーション連鎖でいうと，どの生徒も平均値の求め方という形式に沿って，話し合っていることから協応連鎖が生まれていると考えられる。

この場面で，ポジショニングを検討する対象となるのは，S_1，S_2，S_3，S_4の4人となる。Esmonde(2009)のポジショニングの定義に従うと，S_1は[03]で船木選手の平均値を計算していることから，A1のコードが適用できる。このときのS_1はファシリテーターのポジションを取っている。S_2は[02]でK1のコードが適用できるので，このときのS_2はエキスパートのポジションを取っている。また，S_2は[08]でA1のコードが適用できるので，このときのS_2はファシリテーターのポジションを取っている。S_3は[05]でA2のコードが適用できるので，このときのS_3はファシリテーターのポジションを取っている。S_4は[07]でrphというコードを適用でき，他のメンバーに同意を求めていることが分かり，noviceのポジションを取っている。まだ，話し合い活動が始まったばかりの場面ということもあり，それぞれの生徒が話し合いに参加できていることが分かる。

【場面２】

プロトコル	コード
41　S_2：中央値って何ですか？	Ｋ２
42　Ｔ：まず，このデータの数は全部で何個あった？	Ｋ１
43　S_2：２０個	Ｋ２ｆ
44　Ｔ：２０個やんな，２０ということは奇数か偶数かどっち？	＋Ｋ１
45　S_2：偶数	Ｋ２ｆ
46　Ｔ：ということは，中央値はどう求められるの？	＋Ｋ１
47　S_2：資料の数が偶数のときは中央の値の平均を考えればいいから。	Ｋ２ｆ
48　Ｔ：じゃあ，この２０個の中央はどこにあるの？	＋K1
49　S_1，S_2：１０番目と１１番目。	Ｋ２ｆ
50　S_4：ということは，その２つの平均が中央値になる。	＝Ｋ１
51　S_2：中央値？	clfy
52　S_2：ということは，（１０９＋１２２）÷２＝１１５．５となるよな。 →間違えて中央値を捉えている	rclfy
53　S_2：（１１８＋１１８）÷２＝１１８	rclfy
54　S_2：この１１５．５は平均値と同じやね。	Ｋ１
55　S_1：すげえー。	bch

この場面では，S_2が授業者に質問することから始まり，教師が介入していくところである。教師とのやり取りは，基本的に一方的に質問して確認するという形となっているので，意見を出し合って議論している場面は見られなかった。

この場面で，ポジショニングを検討する対象となるのは，S_1，S_2，S_4の３人となる。Esmonde(2009)のポジショニングの定義に従うと，S_1は[49]でＫ２ｆや[55]で bch のコードを適用できるので，このときのS_1はノービスのポジションを取っている。S_2は[41]で K2 のコードを取ったり，他の部分でも教師に対して質問を行ったりすることが多いので，このときのS_2はノービスのポジションを取っている。S_4は[50]で＝K1 のコードを適用できるので，このときの S_4はエキスパートのポジションを取っている。したがって，この３人のポジションが場面１と変わっていることから，ポジションの変動が見られたことになる。

このグループのよい点は２点ある。１点目は，終始話し合い活動が行えていることである。一人ひとりが自分の役割を自ら考え，取ることで話し合いが活発になっていることが分かる。２点目は，[86]～[88]のように最後に生徒たちのなかで，気づきがみられることから，数学の力が身についていると考えられることである。そして，この気づきこそが，超越連鎖が生まれている場面だと考えられる。ここで，このグループに対して

の教師の介入の仕方で，反省すべき場面があった。それは[26]の発言で，生徒たちの自由な発想や考えを否定しているみたいになっているので，ここは船木選手のよい理由（平均値を用いて）を計算させてあげるべきであった。また，[16]で生徒たちの工夫を促すことで，さらなる話し合いができるのではないかと考えた。

（２）グループ２について

【場面１】

プロトコル	コード
22　S_5：ところで，中央値はどうなるの？	K１
23　S_8：原田選手は１１４。	K２f
24　S_6：１１４じゃダメやな，船木選手は１１８やから。	+K1
25　S_7：原田選手，負けるやん。	K２
26　S_7：じゃあ，さっきの「最大値があるから原田選手のがいい」の部分を大きくしないと。	corr
27　S_6：あ，最頻値も考えられるよ。	K1
28　S_8：本当や，最頻値やったら原田選手が勝ってる。	rph
29　S_6：え，けど，４回で一緒やん。	K2f
30　S_8：いや，そこは回数で，最頻値とは違うよ。	corr
31　S_6：ってことは，（最頻値は）使えるな。	=K1

この場面では，原田選手が勝てる理由について，中央値と最頻値を基にして考えている。S_6と S_8の間には超越連鎖が起こっていることが分かる。S_6は[27]で「最頻値も考えられるよ。」という発言のあとに，S_8はその発言の意味を推測して，[28]で「本当や，最頻値やったら原田選手が勝ってる。」と述べている。ここまでは，S_6が S_8に対して同じレベルでのやりとりが行われている。しかし，[29]で「え，けど，４回で一緒やん。」という発言で２人の間に判断の相違が生まれた。S_6は最頻値が理由として使えないのではないかという不安が生まれてきている。そこで，[30]で「いや，そこは回数で，最頻値とは違うよ。」という発言によって，[31]の「ってことは，（最頻値は）使えるな。」という発言が生まれていることから，先ほどまで，S_6のメンタル・スペースになかった最頻値についての概念の部分が広がったことが分かる。つまり，S_8のメンタル・スペースはS_6のメンタル・スペースを包含しており，S_6と S_8の間に超越連鎖が生まれたと考えられる。

この場面で，ポジショニングを検討する対象となるのは，S_5，S_6，S_7，S_8の４人となる。Esmonde(2009)のポジショニングの定義に従うと，S_5には[22]でＫ１のコードを適用できるので，このときの S_5はエキスパートのポジションを取っている。S_6は[24]

や[27]で K1のコードが適用できるので，このときの S_6はエキスパートのポジションを取っている。S_7は[25]で K2のコードが適用できるので，このときの S_7はノービスのポジションを取っている。S_8は[23]で K2f のコードが適用できるので，このときのS_8はノービスのポジションを取っている。ここで，S_6が基本的に K1のコードが適用できるので，エキスパートのポジションを取るが，超越連鎖が生まれた場面で，S_6はエキスパートからノービスへとポジションの変動が見られた。

このグループは協力しながら計算が行えている場面が見られる。話し合い活動を上手に行えていることが分かる（[12]「S_5：それじゃ，上からデータの数字を言うからだれか計算していってね。」)。また，[32]で「記録にムラがあるけど」と言った発言をグループ内で広げることができたら，ヒストグラムを利用しながら考えることに行き着いたのではないかと考えられる。そして，[34]の「階級値は意味あるのかな？」という発言は前時の学習がしっかりと生徒たちの中で理解が成させれていないということが分かる。

基本的には，S_5と S_6の２人で話し合いが行われていた。あとの２人も何か話し合いの議論になるような意見が出ることができれば，さらに活発な話し合い活動になったと考えられる。

（3）グループ３について

このグループは話し合いを行う時間が４グループの中で一番短く，S_{11}のエキスパートのポジションの一人の意見のまとめによって，このグループ内での話し合いのやりとりは終わっている。S_9は一番はじめに話し合いを切り出しているので，エキスパートのポジションを取るのではないかと考えた。しかし，その後は S_{11}の意見に同意する場面が増えていっている。また，[14]で「なるほどな」といった発言から，ホワイトボードにまとめられている内容を見てはじめて，話し合っていったことを理解する生徒がいることも知っておく必要がある。このような生徒に対して，話し合い活動を活かして，コミュニケーション能力をつけさせてあげられるかを考えていきたい。このグループの話し合い活動は短いこともあり，コード化するのは難しい。

（4）グループ４について

【場面１】

プロトコル	コード
05　S_{14}：それじゃ，117.55 やんな，平均って。	cf
06　S_{15}：平均かー。	bch
07　S_{16}：電卓で求めているのを見てて。	A2
08　S_{15}：船木選手と原田選手の飛ぶ距離に差がある。	dK1
09　S_{14}：２人の平均を考えないと。	dA1
10　S_{16}：それじゃ，私が求める。原田選手は 111.5m で，船木選手は 117.55 mやね。	A1
【計算するのと同時に，ホワイトボードにまとめている】	
11　S_{13}：まとめるなら，もう一度，僕の意見を言います。船木選手の方がいいと思います。理由は１００m越えで上手な方がいいと思うからです。	=K1

この場面でポジショニングを検討する対象となるのは，S_{13}，S_{14}，S_{15}，S_{16}の４人となる。Esmonde(2009)のポジショニングの定義に従うと，S_{13}は[11]で＝K１のコードを適用できるので，このときの S_{13}はエキスパートのポジションを取っている。S_{14}は[05]で cf，[09]で dA1 のコードを適用できるので，このときの S_{14}はノービスのポジションを取っている。S_{15}は[06]で bch，[08]で dK1 のコードを適用できるので，このときの S_{15}はノービスのポジションを取っている。S_{16}は[10]でＡ１のコードが適用でき，またほかの部分でも話し合い活動を活発にする発言を行っているので，このときの S_{16}はファシリテーターのポジションを取っている。

このグループは船木選手が良い理由をみんなで一つひとつ検証していき，そのたびにまとめて全体で確認している。普段の全体授業ではなかなか課題に取り組まずに，数学に対して積極的でない S_{16}も本時のような話し合い活動がある授業では，積極的に参加する。このことは，グループによる話し合い活動は授業に取り入れることが良いと言える一つの資料となると思われる。逆に，普段の授業では理解度が高く，数学が得意な生徒 S_{14}がノービスとなっているというように，授業のスタイルが変わることで生徒たちの取り組みが変わることが分かる。このグループの様子をさらに検証することで授業づくりに関わる新たな視点が見つかるのではないと考えられる。

以上のことから，筆者は，理想的な話し合い活動とは，生徒が積極的に参加して，それぞれの考えを交流することを通して，生徒たちの中で新たな考えが生まれ，それを共有することだと考える。その話し合い活動を充実したものにするために，本稿で考察し

たコミュニケーション連鎖（超越連鎖）とネゴシエーション ムーブのコードを用いたポジションの変動を捉えることとした。特に，今回の実践授業の中では，グループ１のような話し合い活動が行えると，コミュニケーションの質の高い，よりよい数学的コミュニケーションが実現されていると考えた。

授業案では，多様な答え（選ぶ選手の理由）が考えられ，話し合い活動も行いやすいと想定した。しかし，反面，学力水準の高い生徒の意見でグループ内の意見がまとめられてしまう可能性もあるので，教師の介入の仕方が重要になると考えられる。

今回の授業での教師の介入は「１．ワークシートを用いる」「２．ホワイトボードを用いる」の２点となる。しかし，この２点からの教師の介入の仕方は今回の話し合い活動では効果的に働いていない。１点目のワークシートを用いることで，生徒たちの知識の整理と話し合いをするための道具として用いてもらおうと考えたが，資料の数が多くなり，生徒たちの中で上手に活用させることができなかった。２点目のホワイトボードを用いることで，話し合い活動を行った内容を整理して，全体に発表するときに活用できるのではないかと考えた。しかし，ホワイトボードを書くことに集中するあまり，話し合い活動に参加していないといった生徒が見られた。これは，ホワイトボードに書く内容を今回に関してはテンプレート化してあげればよかったと思った。

また，目標の１つであったヒストグラムを利用する場面があった。しかし，このヒストグラムを利用しているグループがほとんど出てきていない。このことは，本時の課題に対する授業内容が多く，また，事前指導の内容（前時の内容）が上手く生徒に伝わっていないのが原因だと考えられる。

第５章
本研究のまとめと今後の課題

本研究の目的は，グループによる話し合い活動時における，数学的コミュニケーションを実現させるための授業づくりの視点を得ることであった。本章では，各章のまとめ，全体のまとめを提示することで本研究の総括を行い，今後の課題を示す。

第１節　本研究のまとめ

１－１．各章のまとめ

１－２．全体のまとめ

第２節　今後の課題

第１節　本研究のまとめ

１－１．各章のまとめ

第１章では，本研究の目的を述べ，その目的を達成するための方法を示した。

本研究の目的…グループによる話し合い活動時における，数学的コミュニケーションを実現させるための授業づくりの視点を得ること

グループによる話し合い活動時の数学的コミュニケーションを捉えるために，コミュニケーション連鎖とポジショニング セオリーの知見を用いることや，実践授業を分析するということについて述べた。それらの結果から，数学的コミュニケーションを実現させるための授業づくりの視点を得ようとする，本研究の全体像を示した。

第２章では，先行研究より，数学的コミュニケーションについて概観した。まず，金本（2014）の先行研究から，数学的コミュニケーションとは何か，話し合い活動における算数数学の表現はどのようなものがあるのかについて考えた。次に，江森（2012）の先行研究から，コミュニケーション連鎖に着目して，子どもたちの中でどのようなやり取りがあれば，良い話し合い活動になるのかついて考えた。ここでは，３つの区分規準と４つの類型（協応連鎖，共鳴連鎖，超越連鎖，創発連鎖）について整理した。

さらに，Anna&Gloriana（2015）の先行研究から，ポジショニング セオリーに着目して，話し合い活動時のグループ内での子どもたちのポジションがコミュニケーションにどのような影響をもたらすのかについて考えた。ここでは，それぞれの会話を３つのポジション（エキスパート，ノービス，ファシリテーター）で捉えた。そして，ネゴシエーション ムーブのコードを用いることで，やりとりをさらに分析するために先行研究の課題から考察した。

第３章では，コミュニケーション連鎖（超越連鎖），ポジショニング（エキスパート，ノービス，ファシリテーター），ポジションの変動という先行研究の知見に照らし合わせ，既存の実践授業のデータを考察し，次章で提案する理論的枠組みの基礎事項を整理した。

第４章では，数学的コミュニケーションを実現させるための授業づくりに向けた理論的枠組みを提案した。本研究では，グループによる話し合い活動時，数学的コミュニケーションが実現している状態をコミュニケーション連鎖（超越連鎖）とポジションの変動が起こっている状態とした。その枠組みをもって実践授業を行い，検証した。そして，筆者は，理想的な話し合い活動とは，生徒が積極的に参加して，それぞれの考えを交流

することを通して，生徒たちの中で新たな考えが生まれ，それを共有することだと考える。その話し合い活動を充実したものにするために，本稿で考察したコミュニケーション連鎖（超越連鎖）とネゴシエーション ムーブのコードを用いたポジションの変動を捉えることとした。

１－２．全体のまとめ

本研究の成果は以下の２点である。

・数学的コミュニケーションが実現している授業づくりの視点を得る。

コミュニケーション連鎖とポジションの変動の知見に基づいて考察した。その中で，数学的コミュニケーションを実現させるためには，まずは生徒たちの中で，意見の相違が生まれる場面を生み出す必要があると考えた。そのために題材も答えが一つだけにならない，オプーン・エンドな問題を題材として扱い，教師も生徒間で意見の相違が生まれるような働きかけを行う。本稿では，資料の活用で根拠が正しければよいという答えが一つではないものを題材としてる。また，教師の介入としても「他には理由はないかな」と問いかけて，揺さぶりをかけた。このように生徒間で意見の相違が生まれ，一人ひとりのメンタル・スペースにも影響を与えることで，超越連鎖が起こりやすいと考えられる。また，学力水準が高い生徒にとっても，学習内容が分からない生徒に教えたり，他の人に分かりやすく伝えていったりするなかで，気づかされることもあり，それが超越連鎖につながることも分かった。そして，教師はそのような場面を生徒たち自らの力で行えるようにするために，本研究の実践授業ではコミュニケーションを用いた授業づくりを行った。ポジションの変動については，グループ内でそれぞれの３つのポジション(エキスパート,ノービス ,ファシリテーター)の配置を工夫することで話し合い活動が活発になることも分かった。

・グループによる話し合い活動で生徒たちの数学に対する抵抗感が緩和される。

個人で考え，授業中にほかの人の意見を聞くという場面は数学の授業では多いが，学力水準の低い生徒にとってはそれらの場面を活用することができていない。全体での授業はクラスの他のメンバーの目もあり，なかなか分からないことも質問できず，分からないままになってしまうことが多い。しかし，グループによる話し合い活動では，４人という少ない人数となり，気軽に話し合いやすい上に，いろいろな考えをもった生徒と意見を交流することができる。また，先生の言葉とは違い，生徒たちなりの分かりやすい言葉で話し合うので，学習内容を理解しやすく，納得しやすいと考えられる。

第２節　今後の課題

今後の課題として，以下の２点が挙げられる。

１．数学的コミュニケーションが実現している授業の題材について

第３章と第４章では中学校の数学の「資料の活用」を用いて実践授業を行ってきたが，他の領域で，同じように数学的コミュニケーションが実現している授業を計画し，実践する。そこから，グループによる話し合い活動時のコミュニケーション連鎖やポジションの変動に注目して，領域が変わっても同じような視点が使えるのかを検討していきたい。

２．グループによる話し合い活動を活発にするための手立てについて

グループによる話し合い活動が活発かどうかをポジションの変動をとらえることで判断してきた。そのなかで，実践授業では授業者（筆者）の意図でグループ編成を行ったが，実際の学校現場では，グループ編成は教師が意図しているようにできないことがある。そのことから，グループ編成がどのようなもの（同じポジション同士の組み合わせや異なるポジション同士の組み合わせなど）であっても一人ひとりがしっかりとした話し合い活動の姿を意識させるようにする。理想的な話し合い活動を生徒たちに体験させるためにも，グループによる話し合い活動を習慣化させる必要があると思われる。そして，教師がグループによる話し合い活動時にどのような介入をしていけるのかをもっと多くの事例を考察し，さらに効果的なものを見つけ出すべきであろう。

また，教師が現実の問題として，４人グループでの話し合い活動を行う時に，一つ一つのグループに対してしっかりと対応することができない。この部分はどのようにすればカバーできるのかを考えていくのも教師自身の授業力の向上につながるのではないかと考えた。

引用・参考文献

石井英真（2015），『今求められる学力と学びとは―コンピテンシー・ベースのカリキュラムの光と影―』，日本標準ブックレット No.14

江森英世（2012），『算数・数学授業のための数学的コミュニケーション論序説』，明治図書

金澤文彦(2016)，「数学的コミュニケーションを実現させるための授業づくりに関する研究―グループによる話し合い活動の事例考察―」，全国数学教育学会第４３回研究発表会資料

金澤文彦(2016)，「話し合い活動における生徒のポジショニングに関する一考察～「資料の活用」領域（中学校１年）の授業記録より～」，全国数学教育学会第４４回研究発表会資料

金澤文彦(2016)，「話し合い活動における生徒のポジショニングに関する一考察」，近畿数学教育学会第６０回研究発表会資料

金本良通（1998），『数学的コミュニケーション能力の育成』，明治図書

金本良通（2014），『数学的コミュニケーションを展開する授業構成原理』，教育出版

金本良通・大谷一義・福島正美・馬場敏男（1993），「算数科の話し合い活動場面における典型児の様相と態度の特徴」，日本数学教育学会第２６回数学教育論文発表会，pp.389-394

金本良通・大谷一義・福島正美・馬場敏男（1994），「算数科の学習活動における話し合い活動への態度の様相と指導―数学的コミュニケーション能力の育成にむけて―」，日本数学大学協会（編）『教科教育学研究』，第 12 集，pp.18-22

金本良通・大谷一義・福島正美・馬場敏男（1994），「数学的コミュニケーション能力の育成（Ⅰ）―考えの交流のよさと交流を促す方法の指導を通して―」，日本数学教育学会誌『算数教育』，第 76 巻第 6 号，pp.18-22

金本良通・大谷一義・福島正美・馬場敏男（1995），「数学的コミュニケーション能力の育成（Ⅱ）―『話し合いへの適切な態度形成』のための子どもの意識調査の検討―」，日本数学教育学会誌『算数教育』，第 77 巻第 10 号，pp.19-23

金本良通・大谷一義・福島正美・馬場敏男（1996),「数学的コミュニケーション能力の育成（Ⅲ）―多様な表現の関連づけと思考過程の表現の指導を通して―」，日本数学教育学会誌『算数教育』，第 78 巻第 2 号，pp.31-37

金本良通・大谷一義・福島正美・馬場敏男・小川良雄（1993),「数学的コミュニケーション能力の育成への視点（Ⅱ）」，埼玉大学紀要教育学部（教育科学Ⅰ），42（1），pp.33-46

文部科学省（2008),『小学校学習指導要領解説　総則編』，東洋館出版社

文部科学省（2008),『小学校学習指導要領解説　算数編』，東洋館出版社

文部科学省（2008),『中学校学習指導要領解説　総則編』，東洋館出版社

文部科学省（2008),『中学校学習指導要領解説　数学編』，東洋館出版社

Anna F.Dejarnette & Gloriana Gunzalez (2015),「Positioning During Group work on a Novel Task in Algebla Ⅱ」，Journal for Research in Mathematics Educations,46(4),pp.378-422

Esmonde,I. (2009b),「Mathematics learning in groups:Analyzing equity in two cooperative activity structures」， Journal of the Learning Sciences,18(2),pp.247-284

Fauconnier，G. （1994/1996）　坂原茂・水光雅則・田窪行則・三藤博（訳),『メンタル・スペース：自然言語理解の認知インターフェイス』，白水社

Hayakawa，S.I. （1972/1974）　大久保忠利（訳),『思考と行動における言語　原書第３版』，岩波書店

P.グリフィン・B.マクゴー・E.ケア編 (2014)　三宅なほみ・益川弘如・望月俊男（訳）『２１世紀型スキル―学びと評価の新たなかたち―』，北大路書房

謝辞

本研究を進めるにあたり，終始ご指導ご鞭撻を頂きました川内充延先生に心より感謝申し上げます。各学会に向けた準備のみならず，普段の生活の方にも気をかけてくださるなど，丁寧かつ熱心なご指導をいただいたからこそ，このように修士論文としてまとめることができました。また，様々な機会で適切なご助言を与えてくださいました，國岡高宏先生，加藤久恵先生，濵中裕明先生をはじめ本学数学教室の先生方や，学会等の様々な機会にご助言くださいました諸先生方，本大学院数学コースの大学院生の方々に心より御礼申し上げます。そして，本論文第３章では，附属中学校の黒田一真先生に実践授業のデータを提供してもらい，ご協力いただきました。本論文第４章の授業において，兵庫県加東市立東条中学校の先生方にご協力頂きました。深く感謝の意を表し，心より御礼申し上げます。さらに，話し合い活動をテーマに行っていることもあり，生徒たちの協力のおかげで，無事にまとめることができました。感謝しても感謝しきれないものです。最後に，大学院生活２年間で教えていただいたこと，学んだことを十分に活かせるよう，学校現場で日々精進し，子どもたちに尊敬されるような教師を目指していきます。

ありがとうございました。

平成２８年１２月２０日

金澤　文彦

付録

≪付録①≫

・第３章の発話記録

【資料】発話記録

※国立大学附属中学校研究授業（平成 27 年 11 月 7 日　中学校１年数学科）より

01　S_3：B 選手がいいと思います。平均的に一番高いからです。

02　S_2：S_3と同じで B 選手がいいと思います。

03　S_3：ねー。

04　S_2：B 選手は４点以上を１６回もっていて，得点の差は４点やから，６点以上，６点を１回取れば勝てるので，B 選手です。

05　S_1：次言っていい？

06　S_1：僕は C 選手だと思って，相手は１ピリオドずつに８点ずつぐらい決めているから，またこの回も，この１ピリオドも８点ぐらい取られるんだったら，えーっと，C 選手で，１８，１９点取れたら，勝てるからいいと思います。

07　S_2：けど，あれちゃうん？たいしてさ，差がないからさ，そんなにいっぱいとっても意味ないと思うで。勝てたらいいんやろ。何点差つけろとかないんやから，別に。

08　S_1：あの，１ピリオドで８点ずつ取ってるんやから，４ピリオドで８点取られたら，結局，３２点になるわけやんか。じゃあ，１２点も差がひらけてくるから，となると，C の方がいいと思うし，もしおさえこめるんやったら，B のが確実やと思うから難しい。

09　S_2：結局，C で？

10　S_1：うん，C。

11　S_2：じゃあ，「B か C で」って書いとく？

12　S_1：うーん。（悩んでいる）

13　S_1：B と C にしよ。

14　S_4：でも，一人しかあかんねやろ。

15　S_1：あ，そうか。

16　全員：ははは。（笑い声）

17　S_1：・・・・・
（小さく何かをつぶやいた）

18　S_2：え，なんてなんて。

19　S_1：一人しかはいれへんから。だから，どうしよう。

20　S_3：先生に聞いてみる？

21　全員：・・・・・（黙り込む）

22　S_2：きこか。

23　全員：ははは。（笑い声）

24　S_2：なんや，これ。

25　S_1：担任の先生（に聞く）？

26　S_2：とりあえず，B と C の意見をかいとこ。

27　S_2：えー，でも分からへん，どっちがいいん。

28　S_1：だから，まあ・・・。

29　S_2：どっちでもよくない。

30　S_1：どっちでもいいってわけないけど。

31　S_4：だから，相手も点決めてくるって考えを・・・。

32　S_2：C やんな，S_1。

33　S_1：うん，僕は C 選手。

34　S_1：けど，最大値は一番でかいけど，平均値は一番小さいやろ，最大値は１回，２回，２回ぐらいしかないから，まぐれの可能性もあるし，けど，１８点を２回やから，４回ぐらい高得点とれとるから，とれる可能性はちょっとあるけど・・・微妙やな。

35　S_4：そうやな。

36　S_2：B が一番，平均的でいいと思うんやけどな。

37　S_2：B はな，１試合で２点っていうのが２回しかないから，４点以上は期待できると思う。

38　S_3：うーん，迷うな。

39　T：えーっと，班で話してて，たとえば A，A，C，B と意見が分かれることもあるかもしれません。どうしても，意見がまとまらなければ，A と C としてもいいです。

40　S_2：ちょっとまって。

41　S_1：じゃあ，B と C とする？４人で？

42　S_2：え，けどさ，１個にまとめたのがスッキリするで。

43　S_2：だから，１個にまとめたい。

44　S_4：じゃあ，まとめる？

45　S_1：うん。

46　S_3：じゃあ，どうする？

47　S_2：どうする？

48　S_2：みてみてみて，C がさ，０点取ってるときと，０点からえーっと６点までの，５点か，６点未満やから，５点まで，６点までのやつが一番多くて，やっぱ B がいいと思うな。

49　S_2：ほら，かたまっとるやん，それで，あいとるやん。やから，ここで，点数がとれへん可能性が高いってことやろ。今まで取れてなかったんやから。

50　S_2：どう思う。

51　S_1：えっと，Ｃの人は，あれ，１８点以上を４回しか取れてなくて，で，取れる確率は低いから，Ｂのほうが・・・。

52　S_4：どうするか？

53　S_3：うーん，迷うな。

54　S_2：迷うな。

55　S_3：もう分からへんから，しーらない。

56　S_2：でも，８点取られて，それで，４点差で１２点やったら，ＡもＢも両方，最大１１点やから・・・。

57　S_4：うーん，迷うな。

58　S_1：けどさ，ここみたらＡもいけそうじゃない？ここだけな，だけ。

59　S_4：Ａもいけることはいけるな。

60　S_1：８～１２までの間はけっこう取れとるから，それを取ったとしたら，相手と差はつめれる。けど，相手もそれぐらいの点を取ったら，追いつけれへんと思う。

61　S_4：もう，だってすでに。４点差つけられているもんな。

62　S_1：うん。

63　S_1：けど，差が少ないからこっちがけっこう取ってた，ちょっと５点ぐらいとったらいけるんやろ。

64　S_3：うん。（あいづち）

65　S_4：向こうが１点も入らんとしたら。けど，（相手が）強豪校やとしたら，強豪校やったら，絶対止める，決めるやろ。で，２８点取ると予想して，１０点は取りたいよな。

66　S_1：うん。（あいづち）

67　S_1：でも，逆に３ピリオドで４点しか取られてないから，Ｂでもいけるんかな。

68　S_4：Ｂいけると思う。

69　S_4：この試合で２０点いるから，えっとその３ピリオドで４点取らんと。

70　S_1：そう，３ピリオドあわせて，４点取られてるんやな，負けてるんやから，だから，それやったら，最後に４点から５点，５点ぐらい取れとかなあかんよな。

71　S_1：はやっ。（タイマーの音）

72　S_2：１０点以上取らなあかん。１０点以上取らなあかんから，Ｃ？

73　S_1：それやったら，ＡかＢにならへん？Ｃはまぐれでとれた可能性もあるし。

74　S_3：取れる確率は低いと思う。

75　S_1：平均的にはＢが一番安全やと思うんやけど。

76　S_1：じゃあ，Ａにする？

77 S_2：ちがうかったらしらんで。

78 S_1：いや，これはちがうとかないからな。

79 S_2：だから，まあ，Bにしよう。

80 S_2：予想じゃなくて？

81 S_1：予想。

82 S_2：理由は？

83 S_1：理由は，えーっと。

84 S_1：平均的やから。一番取れそうなところ。

85 S_3：４～８点に集中しているじゃない？

86 S_1：えー，けど，Aもとれへんな。だって，A，ここやろ，ここ。

87 S_3：でも，Aの人は・・・。

88 S_2：逆にな。

89 S_2：高いから。

90 S_1：そっか，そっか。

91 S_2：B のほうが０～２点の差が低くて・・・。

92 S_1：Aは８～１２点が多いけど，その分０～４点もけっこう取ってるから。でも，Bは０～４点っていったら，４回しかまだ取ったことないから，って考えると B のほうが・・・。

93 S_2：４～６点，４～１０点までを取れる可能性が高い。

94 S_1：うん。（同意）

95 S_3：８点？

96 S_2：１０にしとこか？

97 S_1：１０にしとこ。

98 S_1：誰がいう？

：

：（ホワイトボードに記述中）

：

99 S_1：これでいいんかな？

100 S_1：点が多いので安心できるから。

101 S_2：集中しているからじゃないんかい。

102 S_3：何番？あたるのか考えたのがよくない？

103 S_1：平均値が一番高い。って言ってもばらついているよな。中央値が・・・。

104 S_2：安定している。

105 S_1：最頻値，７点が一番多いから。

106 S_4：「ひん」ってどうやったっけ？

107 S_1：４点取られているから，まだ３点。

108 S_2：こんな感じ？（ホワイトボードに書いているのをみせる）他になんかある？

109　S_3：ない。

110　S_1：えっと，平均値も一番高いのはB？

111　S_3：うーん？

112　S_2：中央値がなかなかいいぐらいやし。

113　S_1：なかなかいいぐあい（笑）。

114　S_1：あれ，全部Bになったん？

115　S_2：あかん？

116　S_1：みんなが納得しとるんやったら。

117　全員：ハハハ。（笑い声）

118　S_2：黒田先生に怒られるかもやけど。

119　S_1：一番高いため。

120　S_2：高いから。

121　S_2：いや，まって，高いため。

122　S_2：残るな。

123　S_2：別にいいや。

124　S_2：誰がいう？

125　S_4：えーっ，いう？

126　S_1：どっちでもいいで。

127　S_4：(それじゃ,）いってもらおうか。

128　S_4：一緒に言う？

129　S_1：言いたい？

130　S_4：どっちでもいいわ，じゃあいお。

131　S_2：これぐあい？

132　S_2：よし，これでいい。

133　S_4：なんかはずかしい。

134　S_2：じゃあ，この紙つかおうか。

135　S_4：使う？

136　S_3：B選手・・・。

137　S_2：一発勝負，それ消されへん。４点からずっとやから，ここからここまで，ずっと線引いていい？囲っておいたのが分かりやすい？もう全部いっていい？いくで，しらんでな。４～１０点が多くて，０～４点までの間が小さいってかくな。

138　S_1：りょうかい。

139　S_2：それじゃあ，ここ青で囲っておくで。

140　S_2：０～４点までが少ない？

141　S_1：取る回数が少ない。

142　S_3：回数が少ない。

143　S_2：オッケー。

144　S_2：これってかかんでいい？

145　S_2：どうする？

146 S_2：ここは間があるから，ぬかせれへんやろ。

147 S_1：ここをいっぱい取れたら，ここまでは取れへんやん。それで逆転できへんから。

148 S_2：そうやな。（あいづち）

149 S_3：でも，こっちは０～４点までが高い。

150 S_2：これも？

151 S_1：うん，これとこれも同じかんじ。

152 S_2：これ見せても意味なくない。

153 S_1：ここはどうする？

154 S_2：あれやん，これみても，ここの６のところがあいてるから，４～８のあいだがあいてるから。

155 S_2：そうやな，こう。

156 S_1：斜線引いとく？

157 S_2：こう？ちゃんと引けとる？

158 S_1：うん，うまい。

159 S_2：天才。

160 S_1：うん，天才。

161 全員：ははは。（笑い声）

162 S_1：大丈夫，大丈夫，ええ感じや。

163 S_4：これ，ばり多いな，あかんやつ多いな，ほとんどがわるい。

164 S_1：まだ班の意見かいてないから，ここ。

165 S_2：どうしようかな。

166 S_2：ここって，ここからここまでの間でいい？

167 S_1：うん，全部。

168 S_2：分かりました。

169 S_2：ここに線入れていい？

170 S_4：分かんねー。

171 T：あと１分でまとめてください。ホワイトボードを前に２人で今のうち，打ち合わせをしといてください。

172 S_2：私がここことこれをいうから，あとはお願い。

173 S_2：私ら，天才やな。

≪付録②≫

・第４章の実践授業の前の前時の内容

【前時】

（目標）代表値についての理解を深める。学習課題に対して，代表値を用いて根拠をもって説明できるようになる。

学習場面	予想される生徒の動き	指導上の留意点・評価
１．学習課題を 確認する。	２選手の水泳の１００ｍ自由形のデータをヒストグラムにまとめて，代表値を用いてどちらの選手を選ぶのか考える。	
２．代表値について 確認する。 ・平均値 ・中央値 ・最頻度 ・最大値，最小値 ・範囲	・それぞれの代表値についての内容を具体例を用いながら，ワークシートに書きこんで，確認する。	・教科書 p.208 の水泳のデータを用いる。 ・代表値について理解して説明できるようになっているのか。(知識・理解)
３．実際に１００ｍ自由形のタイムを用いてヒストグラムを作成する。	・１００ｍ自由形のヒストグラムを作成する。 ・作成するのに戸惑う。 ・板書にかかれる内容をうつす	・ヒストグラムを作成するのに，ヒストグラムとは何かについて説明する。 ・度数分布表をもとに教師の指示のもと作成する。
４．ヒストグラムをもとに考察する。 ・個人で考える ・グループで考える ・全体で考える	・個人で A 選手と B 選手のどちらがいいのか考える。 ・グループでどちらの選手がいいのか話し合う。 ・全体でグループでまとめられた意見を発表する。	・代表値を用いて，理由をもつ。 （思考・判断） ・グループで話し合う時に，一人の意見で終わらないようにする。
５．まとめ ・ヒストグラムで代表値についての確認する。	・代表値を用いることで，データの傾向を読みとることができる。	・ヒストグラムのみでなく，度数分布表や代表値を使うことで，データの内容を読みとることができることに気づかせる。 ・資料が活用できるようにする。

（ワークシート）

度数分布表とヒストグラム

表１　自由形の記録（秒）

A選手	B選手
５５.７２	５６.７３
５６.２８	５６.２２
５５.７２	５６.３６
５５.９９	５６.４１
５６.９５	５４.９８
５６.４５	５５.３５
５５.２３	５６.９３
５５.９３	５６.６７
５５.６１	５６.２２
５５.９３	５５.７１
５４.４８	５４.７４
５５.４７	５４.４７
５４.９１	５６.７３
５７.２６	５６.４７
５４.６７	５５.８４
５６.８８	５７.３７
５５.２３	５３.４４
５６.１２	５５.５７
５５.８１	５５.１１
５６.３３	５６.３６

表２　度数分布表

階級（秒）	階級値（秒）	A選手	B選手
		度数（回）	度数（回）
５３.００以上～５３.５０未満	５３.７５	０	
５３.５０　～５４.００		０	
５４.００　～５４.５０		１	
５４.５０　～５５.００		２	
５５.００　～５５.５０		３	
５５.５０　～５６.００		７	
５６.００　～５６.５０		４	
５６.５０　～５７.００		２	
５７.００　～５７.５０		１	
計		２０	２０

表２のように，**階級**（整理した１つ１つの区間）に応じて，**度数**（各階級にはいる資料の個数）を上のように整理した表を**度数分布表**といいます。

階級の幅を横，度数を縦とする長方形を並べたグラフを**ヒストグラム**といいます。

代表値

代表値…資料の値全体を代表する値

平均値

$$平均値 = \frac{資料の個々の値の合計}{資料の個数}$$

A 選手の記録の平均値は，　５５．８４９秒

B 選手の記録の平均値は，　５５．８８４秒

※平均値を考えるときは，「はずれ値」を考慮しないといけない。

中央値

資料の値を大きさの順に並べたとき，その中央の値を中央値，またはメジアンといいます。

資料の個数が奇数の場合は，真ん中の値 資料の個数が偶数の場合は，中央に並ぶ２つの値の平均をとる

A 選手の記録の中央値は，　５５．８７秒

B 選手の記録の中央値は，　５６．２２秒

最頻値

資料の値の中で，もっとも多く現れる値を最頻値，またはモードといいます。

A 選手の最頻値は，　５５．５０以上～５６．００未満

B 選手の最頻値は，　５６．００以上～５６．５０未満

階級値

度数分布表で，各階級の真ん中の値を階級値といいます。そして，度数の最も多い階級の階級値を最頻値として用います。

つまり，A 選手の階級値は５５．７５　B 選手の階級値は５６．２５　となる。

範囲

資料の最大値から最小値を引いた値を分布の範囲，またはレンジといいます。

範囲＝最大値－最小値

≪付録③≫

・第４章の実践授業での発話記録

≪グループ１≫

01　S_1：それじゃ，みんなでやろう。

【全員：計算をする】

02　S_2：まず，最初，それぞれの選手の平均値を出そうか。

03　S_1：１０６点

04　S_2：１０２＋１１１＋…

05　S_3：平均出したらいいんやんな。111.5 点。

06　S_1：S_3さん，まず，こっちを出したらいいんやんな。

07　S_4：だから，平均を出すには全部をたして，÷20 をするよな。

【S_2：原田選手の記録を上からつぶやきながら足していく】

08　S_2：２２３０÷２０＝111.5

09　T：みんなで協力して，代表値を考えて下さい。

10　S_2：（足すのを）まちがえた，最悪。

11　S_1：106.5

12　S_3：111.5 やろ，絶対違うやん。

13　S_1：まじで，これでやってみてよ。

14　S_3：かして。

15　S_1：先生，これ（電卓）をちゃんと押しているんですけど，全部一緒の答えになる。

16　S_4：（計算するのに）もっと工夫できへんかな。

17　S_2：平均値は 111.5 になった。

【ホワイトボードにまとめていく】

18　S_1：平均値を出して→つぶやきながらまとめていく

19　S_2：ところで，中央値は考えなくていいの？

20　S_1：なあなあ，S_2，平均値をたすって何？

21　S_2：え，平均値をたす？？

22　S_1：ちゃうわ，平均値を出すや。

23　S_2：もう一回確認するな，平均値を求めたら 111.5 やろ。

【ここで，もう一度，みんなで平均値を計算する】

24　全員：うん，なった，なった。

25　S_1：先生，ところで船木選手も考えなあかんの？

26　T：うーん，今は，原田選手のいい理由を考えてね。

27　S_2：(船木選手の平均値を求めている) 117.55 かー。

28　S_1：え，みんな何の計算しているの？

29　S_2：船木選手の値を確認しているところ。

30　S_1：なあなあ，船木選手の方が平均が大きいよな。

31　S_4：あれー。ということは平均が船木選手のがいいんやから，原田選手のいいところだせんやん。なんか複雑な気持ちやわ。

32　S_2：117.55 点か。→もう一度同じ作業している，どうしていいのか迷っている

33　S_4：僕ら，どう根拠をつけたらいいんやろ。

34　S_2：117.55－111.5 をしてみる？

35　S_4：平均値はいいとして，中央値を求めなあかんのちゃうん。

36　S_2：（中央値の定義をワークシートで見直す）資料の個数に注目していくんやな。

37　S_1：どういうこと？

38　S_2：先生―。

39　S_1，S_3：先生―。宣誓―。

40　全員：(笑い)

41　S_2：中央値って何ですか？

42　T：まず，このデータの数は全部で何個あった？

43　S_2：２０個

44　T：２０個やんな，２０ということは奇数か偶数かどっち？

45　S_2：偶数

46　T：ということは，中央値はどう求められるの？

47　S_2：資料の数が偶数のときは中央の値の平均を考えればいいから。

48　T：じゃあ，この２０個の中央はどこにあるの？

49　S_1，S_2：１０番目と１１番目。

50　S_4：ということは，その２つの平均が

中央値になる。

51　S_2：中央値？

52　S_2：ということは，（１０９＋１２２）÷２＝１１５．５となるよな。→間違えて中央値を捉えている

53　S_2：（１１８＋１１８）÷２＝１１８

54　S_2：この１１５．５は平均値と同じやね。

55　S_1：すげえー。

56　S_1：けど，分からんな。

57　S_2：これやったら，また中央値も船木選手がいいことになってしまう。

58　S_4：根拠のつけようがない。

59　S_2：先生，最頻値はどうしたらいいですか？

60　T：資料の中で，一番回数が多かったのはどこやった？

61　S_1：４

62　T：だから，ここが最頻値になる。

63　S_2：船木選手も（同じように考えると）最頻値は７やん。

64　T：そういうこと。

65　S_4：ということは，最頻値で比べると勝っていることが分かる。

66　S_2：なあなあ，ホワイトボードに…

67　S_4：そろそろ書こうか。けど，根拠がないなー。

68　S_2：最頻値が勝っているだけやな。

69　S_4：これじゃ，もう負けが確定しているな。

【ホワイトボードにまとめていく】

70　S_2：じゃあ，なんて書く？

71　S_4：最頻値は勝っているから。

72　S_3：もっと，大きく書かな分かりにくいな。

73　S_1：原田が最頻値で勝つわ～。

74　S_1：先生，最頻値って全部足して割る２するの？

75　T：いやいや，全部足して割るのは平均値だよ。それに割る２とかするなら，ここの部分やね。→１０番目と１１番目を指す

76　S_2：最頻値しかない。

77　S_1：ちょ，原田さん頑張って！負けちゃだめ！オリンピックに出るのに頑張れ。

78 S_2：原田～，原田～，原田～。船木～，船木～，船木～♪→歌いながらホワイトボードに書いている

79 全員：（笑う）

【ホワイトボードに書き終わる】

80 S_2：空いているところに絵をかいてもいいかな。

81 S_1：せっかくやから，スキーの絵をかこうか。

82 S_4：スキーの絵っていったらなんやろ。やっぱり，ジャンプってあるから飛んでいるところをかこうかな。

83 S_4：もう，原田選手の負け確定やわ。

84 S_1：諦めたら，そこで試合終了だよ。

85 S_3：とりあえず，「原田，ムテキ」って書いておくね。

【ホワイトボードを前に張り出す】

86 T：この資料の活用では，どこを基準に見るかで選手の起用が変わってきます。

87 S_2：なるほど，どこを基準に見るかで変わるんやな。

88 S_4：だから，勝てる部分もあるし，負ける部分もあるんや。

≪グループ２≫

01 S_5：１０２＋…

02 S_5：これで出たやろ。

03 S_6：しまった，÷２１してもた。

04 S_5：なあなあ，この数字を言ってくれへん。

05 S_7：１０２＋・・・（途中で言うのやめた）

06 S_5：途中でやめんと，言ってよ～。

07 S_8：ヒストグラムはどうするの？

08 S_6：船木の値を言うのやろうか。あと，ホワイトボードに書いていくね。

09 S_5：なあなあ，平均値おかしくなれへん？

10 S_6：おかしいよね。

11 S_8：それじゃ，一度ここでまとめようか。

【資料が多くてまとめていくのに，手間取る】

12 S_5：それじゃ，上からデータの数字を言うからだれか計算していって

ね。

13　S_8：うん，計算するわ。

14　S_8：平均値は 117.55 になった。

15　S_7：私がこの数字を（ホワイトボードに）まとめるね。

16　S_6：平均が相手の方が高いから終わりや。

17　S_6：これ，原田選手が平均値で負けているから無理やわ。

18　全員：どうしよう。

【ホワイトボードにここまで出た意見をまとめている】

19　S_8：待って，原田選手のが大きな数値がある。

20　S_5：だから，２人の差は５ｃｍ。ちゃうわ，ｃｍじゃなくて，ｍ。

21　S_7：それじゃ，まとめると，「最大値があるからいい（平均値は船木選手のがいい）。」ってするな。

22　S_5：ところで，中央値はどうなるの？

23　S_8：原田選手は１１４。

24　S_6：１１４じゃダメやな，船木選手は１１８やから。

25　S_7：原田選手，負けるやん。

26　S_7：じゃあ，さっきの「最大値があるから原田選手のがいい」の部分を大きくしないと。

27　S_6：あ，最頻値も考えられるよ。

28　S_8：本当や，最頻値やったら原田選手が勝ってる。

29　S_6：え，けど，４回で一緒やん。

30　S_8：いや，そこは回数で，最頻値とは違うよ。

31　S_6：ってことは，（最頻値は）使えるな。

32　S_5：ちょっと聞いて。原田選手は記録にムラがあるけど，一番遠くに飛ぶことが分かる。このことを理由に入れることができないかな？

33　S_6：ところで，階級値は意味あるのかな？

【ホワイトボードにまとめて，前に張り出す】

34　S_6：難しいな。

≪グループ3≫

01 S_9：なんで船木選手の方がいいかというと，平均値を出すと船木選手のが高いからです。

02 S_{10}：平均は 117.55 やね。

03 S_9：(ほかに理由がないかグループ内で探している中で）え，私，平均と違うところでまだ考えてない。

04 S_{11}:原田選手の平均値をもう一度みんなで確認して，どっちがいいか考えようか。

【S_{10}：電卓を使って計算している】

05 S_{12}：原田選手は，111.5 になったで。みんなもやってみて。

【ここからはみんな電卓で計算するが，授業と関係ない話が続く】

06 S_{10}：平均はいくらやった？

07 S_{11}：原田選手っていくらやった？

08 S_{10}：117.5。

09 T：今まででた意見をまとめていって。

10 S_{10}：船木選手って誰やねん。

11 S_9：みんなで協力して，頑張っていかないとね。

12 S_{11}：平均値は 117.5 点で，中央値も 118 点やから，船木選手の方がいい。

12 S_{10}：そういうことか。

13 S_{12}：船木選手の方が安定しているし。

【S_{12}:平均値と中央値に注目してまとめていっている】

14 S_{10}：なるほどな。(まとめられたホワイトボードを見て理解した)

≪グループ4≫

01 S_{13}：僕の意見は原田選手がミスったら６６ｍと大失敗になる。けど，船木選手は一番低くても１００ｍ越えなので，いいと思います。どうですか？

02 全員：いいと思います。

03 S_{14}：計算中やから待っといて。

04 S_{13}：何の計算をしてるの？話が進まないよ。

05 S_{14}：それじゃ，117.55 やんな，平均って。

06 S_{15}：平均かー。

07 S_{16}：電卓で求めているのを見てて。

08　S_{15}：船木選手と原田選手の飛ぶ距離に差がある。

09　S_{14}：２人の平均を考えないと。

10　S_{16}：それじゃ，私が求める。原田選手は 111.5ｍで，船木選手は 117.55mやね。

【計算するのと同時に，ホワイトボードにまとめている】

11　S_{13}：まとめるなら，もう一度，僕の意見を言います。船木選手の方がいいと思います。理由は１００ｍ越えで上手な方がいいと思うからです。

12　S_{16}：それじゃ，私がこの意見をまとめていくね。

13　S_{13}：飛ぶ距離が大きいのがいい。

14　S_{14}：でも，平均はどうする？

15　S_{15}：２つともまとめられる？

【S_{16}:原田選手と船木選手の絵をかいている】

16　T：一度，手をとめてください。今，まとめられているところまででいいので前にもってきてください。

【ホワイトボードにまとめた内容を前にもってきている】

17　全員：ほかの班はそうやってまとめているんや。

【ほかの班の意見を見比べている】

18　T：どこを基準に見るかで変わってきます。

19　全員：なるほどなー